CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

ESTUDANTE

JUVENTUDE EM TEMPO INTEGRAL



APROFUNDAMENTO EM MATEMÁTICA

Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral do Ceará - EEMTI

Volume 02

Governador
Elmano de Freitas da Costa

Vice-Governadora
Jade Afonso Romero

Secretária da Educação
Eliana Nunes Estrela

Secretária Executiva de Ensino Médio e Profissional
Maria Jucineide da Costa Fernandes

Coordenadora da Educação em Tempo Integral
Ana Paula Nogueira

Articulador da Coordenadoria da Educação em Tempo Integral
Denylson da Silva Prado Ribeiro

Orientador da Célula de Desenvolvimento da Educação em Tempo Integral
Paulo Eugênio Rifane de Sousa

Elaboração
Denylson da Silva Prado Ribeiro
Leonardo Saraiva do Nascimento
Orlando Ferreira de Moraes Júnior

Acompanhamento
Equipe Técnica CEDTI:
Ana Paula Silva Vieira
Leonardo Saraiva do Nascimento
Lívia Pereira Chaves
Maria Nahir Batista Ferreira Torres
Maria Socorro Braga Silva
Roserlany Francelino Gomes

Ilustrações e Capa: MR Dezigner
Diagramação: Rodrigo Meneses e Leonardo Saraiva do Nascimento
Direito autoral do desenho e infografia: Freepik

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C387u Ceará, Secretaria da Educação do
Unidade curricular obrigatória aprofundamento em matemática – aluno [recurso eletrônico] / Secretaria da Educação do Ceará. – Fortaleza: SEDUC, 2025.

Livro eletrônico
ISBN 978-85-8171-613-8 (E-book)

1. Recomposição. 2. Aprendizagens. I. Título.

CDD: 510.07

APRESENTAÇÃO INSTITUCIONAL

A Secretaria da Educação do Estado do Ceará, por meio da Coordenadoria de Educação em Tempo Integral (COETI), apresenta às Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral - EEMTI este material para Aprofundamento em Matemática. Sua disponibilização tem como objetivos:

I. **Potencializar** o processo de aprendizagem das/os estudantes a partir dos resultados verificados nas avaliações internas e externas.

II. **Desenvolver** habilidades referentes ao nível 3 da escala de proficiência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e **reforçar** habilidades dos níveis anteriores.

III. **Resolver** questões das edições anteriores das avaliações externas;

Dessa maneira, desejamos que ele possa contribuir para o desenvolvimento de habilidades por meio da resolução de problemas.

Que cada desafio superado seja uma conquista, impulsionando o desejo contínuo de aprender.

Boa aprendizagem!

Secretaria da Educação do Ceará

CONHECENDO O MATERIAL

Este material é composto de 20 aulas e cada uma tem o objetivo de mobilizar habilidades extraídas da escala de proficiência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) para a 3ª série. Essas aulas estão estruturadas conforme as seguintes seções:

PONTO DE PARTIDA

O **PONTO DE PARTIDA** introduz o assunto, fazendo predições e trazendo uma pergunta, vídeos e/ou textos para exemplificar o objeto do conhecimento.

EI, PSIU!

O **EI, PSIU!** aprofunda os conhecimentos por meio de sugestões de vídeos, incluindo sugestões de materiais para aprofundamento e outros tipos de abordagem sobre o assunto.

PARA COMPREENDER

A seção do **PARA COMPREENDER** é constituída por três questões objetivas e de respostas comentadas.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

O **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO** contribui para a mobilização das habilidades, por meio de 5 itens de múltipla escolha disponibilizadas em avaliações externas.

SAIBA MAIS

O **SAIBA MAIS** aprofunda os conhecimentos por meio de sugestões de vídeos, incluindo sugestões de materiais para aprofundamento e outros tipos de abordagem sobre o assunto.

EU APRENDI...

O **EU APRENDI...**é uma autoavaliação para a/o estudante observar se consolidou as habilidades trabalhadas nas duas aulas destinadas a mobilização de uma determinada habilidade.



OLÁ, ESTUDANTE!

Você está recebendo um material para Aprofundamento em Matemática. Assim, tem como objetivo desenvolver habilidades que são extremamente importantes para que você possa continuar avançando em seu aprendizado. São elas:

a) **Reconhecer** o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.
b) **Reconhecer**, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo.
c) **Determinar**, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente.
d) **Determinar** o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano.
e) **Determinar** um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste.
f) **Resolver** problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.

Você vai perceber ainda que as novas tecnologias foram incorporadas ao seu processo de aprendizagem, como uma ferramenta imprescindível para o seu desenvolvimento. Então, esperamos que você esteja preparada/o para um mergulho nestes conhecimentos por meio da resolução de problemas que te proporcionarão desenvolver as habilidades citadas, possibilitando, assim, uma leitura e compreensão de mundo.

Sucesso e bons estudos!

Aprofundamento em Matemática - Nível 3

SUMÁRIO

Aula 01	Avaliação de Entrada: O Ponto de Partida do Conhecimento	**07**
Aula 02	Dominando as Tabelas e Gráficos de Barras e Linhas	**08**
Aula 03	Desvendando as Inconsistências em Gráficos e Funções	**14**
Aula 04	Identificando o Ponto Mais Alto: O Valor Máximo de Funções Quadráticas	**17**
Aula 05	Aprofundando o Reconhecimento do Valor Máximo de Funções Quadráticas	**24**
Aula 06	Descobrindo o Território do Pico: O Intervalo de Valor Máximo da Função	**30**
Aula 07	A Jornada Continua: Mais sobre o Intervalo de Valor Máximo da Função	**38**
Aula 08	Transformando Dados em Pizza: Gráficos de Setores por Proporcionalidade	**45**
Aula 09	Desvendando os Ângulos: Gráficos de Setores sem Percentuais Explícitos	**55**
Aula 10	Desafios Reunidos: Fortalecendo Habilidades com a Resolução de Questões	**62**
Aula 11	Avaliação Bimestral: Um Retrato do Desenvolvimento das Habilidades	**65**
Aula 12	Discutindo e Fortalecendo Habilidades	**66**
Aula 13	A Regra de Três Descomplicada: Determinando o Quarto Valor Proporcional	**69**
Aula 14	Proporcionalidade em Ação: Soluções em Múltiplas Etapas	**74**
Aula 15	Dinheiro que Rende (ou Não!): Calculando Valores Reajustados	**80**
Aula 16	Reajustes Complexos: Aprofundando o Cálculo de Valores Percentuais	**85**
Aula 17	A Magia dos Números: Resolvendo Problemas com Operações Fundamentais	**89**
Aula 18	Aprofundando a Resolução de Problemas com Operações Fundamentais	**94**
Aula 19	Fortalecendo Habilidades para a Prova Final	**99**
Aula 20	A Grande Final: Avaliação de Saída	**102**

AULA 01 | Avaliação de Entrada: O Ponto de Partida do Conhecimento

Prezada/o estudante,

Nesta primeira aula, sua/seu professora/or irá apresentar a ementa do Aprofundamento em Matemática. Para além da apresentação desta unidade, ela/e irá aplicar uma avaliação, que estamos chamando de **Avaliação de Entrada**. Essa primeira avaliação é composta por 13 itens e tem como objetivo avaliar o desenvolvimento das seguintes habilidades:

a) **Associar** uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas
b) **Associar** um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente ou em uma tabela.
c) **Reconhecer** as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizado no primeiro quadrante.
d) **Resolver** problemas envolvendo Teorema de Pitágoras, para calcular a medida da hipotenusa de um triângulo pitagórico, a partir de informações apresentadas textualmente e em uma figura.
e) **Reconhecer** os zeros de uma função dada graficamente.
f) **Determinar** o valor de uma função afim, dada sua lei de formação.
g) **Determinar** resultados utilizando o conceito de progressão aritmética.
h) **Reconhecer** o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.
i) **Reconhecer**, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo.
j) **Determinar**, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente.
k) **Determinar** o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano.
l) **Determinar** um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste.
m) **Resolver** problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.

Salientamos a importância do seu compromisso com esta avaliação. A capacidade de dominar essas habilidades é essencial não apenas para o seu sucesso acadêmico, mas também para o desenvolvimento de competências que serão úteis ao longo de sua vida. Elas são relevantes em muitos aspectos da vida cotidiana, desde a tomada de decisões informadas até a resolução de problemas práticos.

Portanto, incentivamos você a se preparar adequadamente para a avaliação, buscando compreender e praticar as habilidades mencionadas. Além disso, lembre-se de que sua/seu professora/or está disponível para ajudá-los a esclarecer dúvidas e aprofundar seu conhecimento.

Agradecemos pelo seu compromisso e dedicação e desejamos um excelente desempenho nesta avaliação. Lembrem-se de que o aprendizado é uma jornada contínua, e estamos aqui para apoiá-los nesse caminho.

Boa avaliação!

AULA 02 | Dominando as Tabelas e Gráficos de Barras e Linhas

Prezada/o estudante,

Esta aula tem como objetivo mobilizar as **habilidades do nível 2**. Desta maneira, para alcançá-lo, sugerimos que você resolva, juntamente com suas/seus colegas de classe, as 12 questões a seguir:

HABILIDADE 1 - Associar uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas

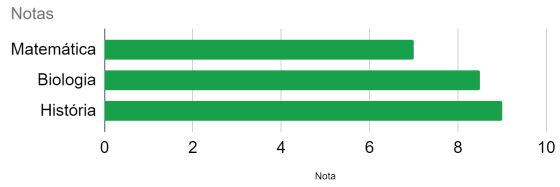
Questão 01

Considere a seguinte tabela que mostra as notas da Rose em três disciplinas ao longo de um trimestre:

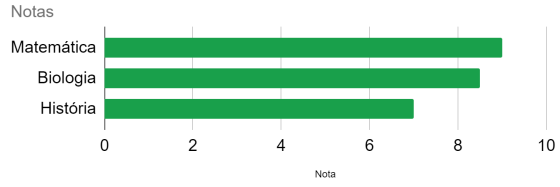
Disciplina	Nota
Matemática	8,5
Biologia	7
História	9

Qual dos seguintes gráficos de barras representa corretamente as notas da Rose em cada disciplina?

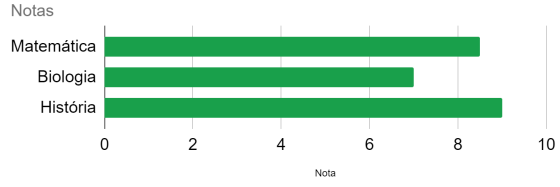
A)



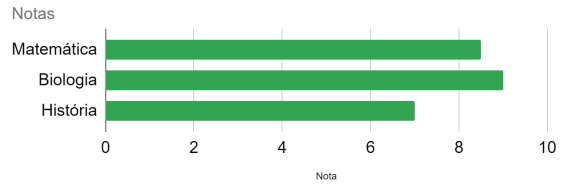
B)



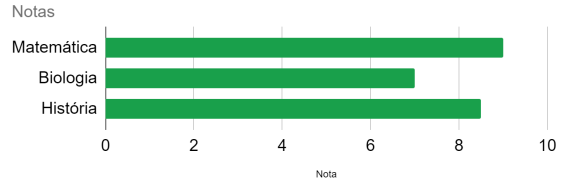
C)



D)



E)



Questão 02

No contexto de uma empresa que fornece serviços de internet e rede, é essencial monitorar o tráfego de internet em suas redes corporativas para garantir um desempenho eficiente. O gráfico abaixo mostra o tráfego médio de internet, em GB, ao longo de um dia de trabalho típico. Esses dados são cruciais para os administradores de rede entenderem os padrões de utilização

da internet e planejarem adequadamente a capacidade de rede e recursos necessários para atender às demandas dos usuários, evitando possíveis gargalos ou sobrecargas.



Qual das seguintes tabelas representa corretamente o tráfego de internet ao longo do dia?

A)

Horário	Tráfego médio (em GB)
08:00 - 09:00	1000
09:00 - 10:00	1000
10:00 - 11:00	1100
11:00 - 12:00	1100
12:00 - 13:00	1200
13:00 - 14:00	1200
14:00 - 15:00	1200
15:00 - 16:00	1300
16:00 - 17:00	1300
17:00 - 18:00	1400

C)

Horário	Tráfego médio (em GB)
08:00 - 09:00	1200
09:00 - 10:00	1100
10:00 - 11:00	1300
11:00 - 12:00	1200
12:00 - 13:00	1000
13:00 - 14:00	1100
14:00 - 15:00	1000
15:00 - 16:00	1200
16:00 - 17:00	1300
17:00 - 18:00	1400

E)

Horário	Tráfego médio (em GB)
08:00 - 09:00	1000
09:00 - 10:00	1200
10:00 - 11:00	1100
11:00 - 12:00	1300
12:00 - 13:00	1200
13:00 - 14:00	1000
14:00 - 15:00	1100
15:00 - 16:00	1400
16:00 - 17:00	1300
17:00 - 18:00	1200

B)

Horário	Tráfego médio (em GB)
08:00 - 09:00	1200
09:00 - 10:00	1400
10:00 - 11:00	1300
11:00 - 12:00	1100
12:00 - 13:00	1000
13:00 - 14:00	1200
14:00 - 15:00	1300
15:00 - 16:00	1100
16:00 - 17:00	1200
17:00 - 18:00	1000

D)

Horário	Tráfego médio (em GB)
08:00 - 09:00	1000
09:00 - 10:00	1200
10:00 - 11:00	1100
11:00 - 12:00	1300
12:00 - 13:00	1200
13:00 - 14:00	1000
14:00 - 15:00	1100
15:00 - 16:00	1300
16:00 - 17:00	1400
17:00 - 18:00	1200

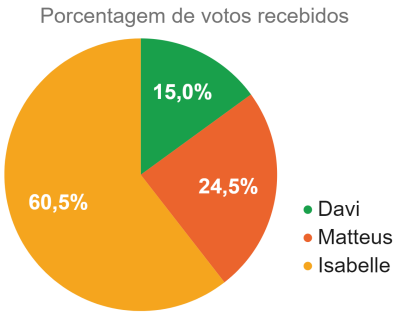
HABILIDADE 2 - Associar um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente ou em uma tabela.

Questão 03

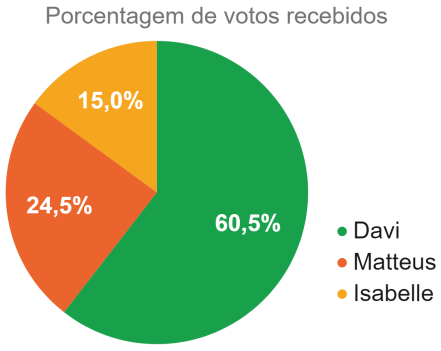
Na final do programa BBB de 2024, após a votação do público, Davi consagrou-se campeão com 60,5% dos votos. Matteus foi o segundo mais votado, com 24,5%, e Isabelle recebeu 15,0% dos votos. (Fonte: https://social1.ne10.uol.com.br/bbb/2024/04/16/final-bbb-24--quem-ganhou-o-bbb-ontem-16-04-veja-resultado-e-porcentagem-em-tempo-real.html.)

Indique o gráfico de setores que representa o resultado do programa.

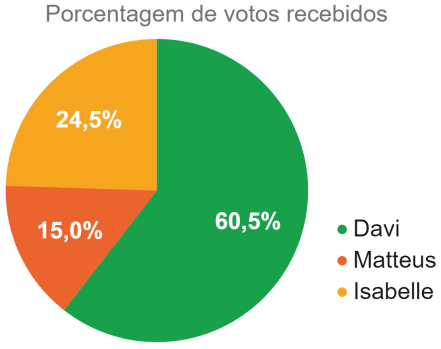
A)



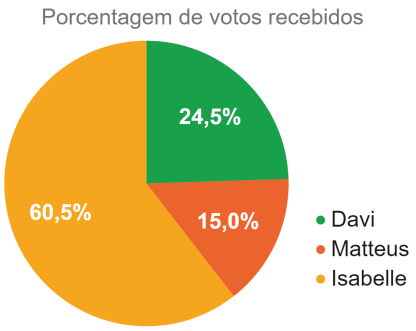
B)



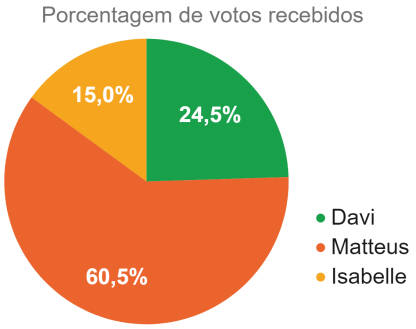
C)



D)

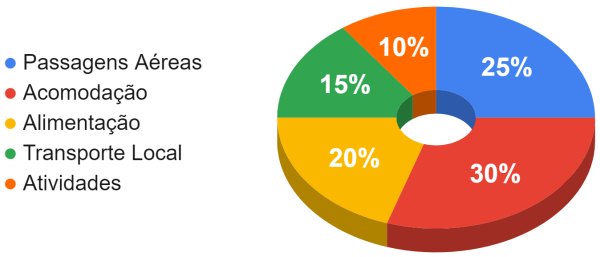


E)



Questão 04

José está planejando uma viagem internacional e precisa distribuir seu orçamento de forma eficiente para cobrir todas as despesas de acordo com porcentagens indicadas no gráfico abaixo.



Qual das tabelas abaixo representa os dados correspondentes à distribuição percentual do orçamento para cada categoria de despesa?

A)

Passagens Aéreas	25%
Acomodação	30%
Alimentação	20%
Transporte Local	15%
Atividades	10%

B)

Passagens Aéreas	20%
Acomodação	25%
Alimentação	30%
Transporte Local	15%
Atividades	10%

C)

Passagens Aéreas	25%
Acomodação	30%
Alimentação	15%
Transporte Local	10%
Atividades	15%

D)

Passagens Aéreas	25%
Acomodação	30%
Alimentação	15%
Transporte Local	20%
Atividades	10%

E)

Passagens Aéreas	25%
Acomodação	30%
Alimentação	20%
Transporte Local	10%
Atividades	15%

HABILIDADE 3 - Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados no primeiro quadrante.

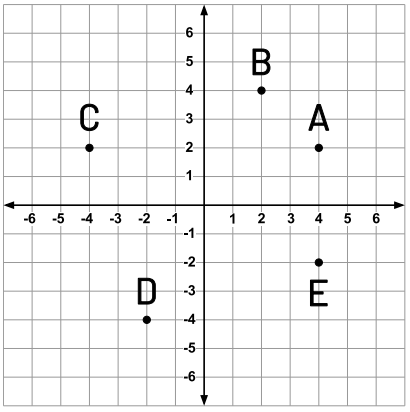
Questão 05

Cinco diferentes tipos de plantas (Milho, Soja, Trigo, Arroz e Feijão) foram cuidadosamente dispostos em um campo, todos localizados na mesma área. As coordenadas dessas plantas são dadas por: Milho (3,6), Soja (5,4), Trigo (2,7), Arroz (6,3) e Feijão (4,5). Em busca de uma melhor irrigação, queremos saber qual planta está mais próxima da borda esquerda do campo, ou seja, horizontalmente alinhada com a extremidade do campo.

A) Milho B) Soja C) Trigo D) Arroz E) Feijão

Questão 06

Observe os pontos A, B, C, D e E representados no plano cartesiano abaixo:



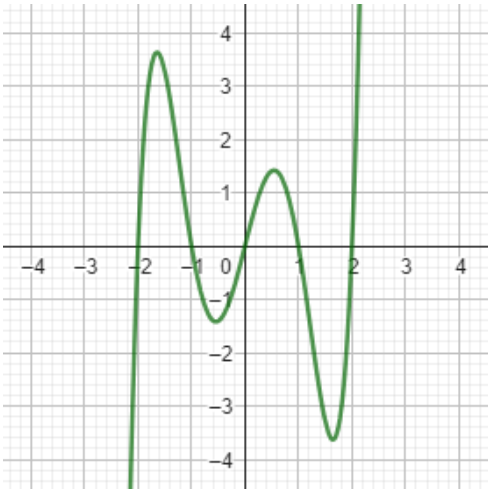
Em qual desses pontos a abscissa é 2 e a ordenada é 4?

A) A B) B C) C D) D E) E

HABILIDADE 4 - Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente.

Questão 07

Dado a função representada pelo gráfico abaixo:

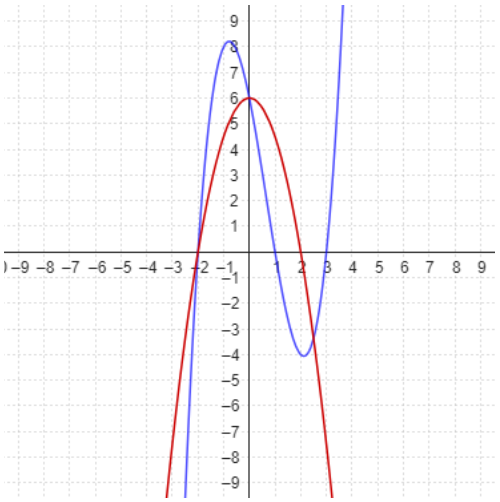


Podemos dizer que essa função tem quantos zeros?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

Questão 08

Os gráficos abaixo representam duas funções distintas.



Qual a raiz comum às duas funções?

A) - 2 B) 1 C) 2 D) 3 E) 6

HABILIDADE 5 - Determinar o valor de uma função afim, dada sua lei de formação.

Questão 09

A Pizzaria da Renata está em promoção: qualquer pizza do cardápio a R$ 15,00 e a taxa de entrega está fixada em R$ 10,00. Logo, para calcular o valor de um pedido, usa-se a função $P(x) = 15x + 10$. Quanto custará o pedido de um cliente ao pedir 4 pizzas?

A) 25 B) 50 C) 60 D) 70 E) 85

Questão 10

Seja g uma função afim definida por $g(x) = 4x - 3$. Qual o valor de $g(6)$?

A) 13 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

HABILIDADE 6 - Determinar resultados utilizando o conceito de progressão aritmética.

Questão 11

Mariana percorre de carro uma estrada em que a distância entre cada posto de gasolina é de 50 km. Se o primeiro posto está a 20 km do ponto de partida, em qual posto de gasolina ela estará após percorrer 150 km?

A) 3º posto B) 4º posto C) 5º posto D) 6º posto E) 7º posto

Questão 12

Acácio percebeu, ao postar regularmente em uma rede social, que recebeu 50 novos seguidores na segunda-feira, 100 novos seguidores na terça-feira, 150 na quarta-feira e assim por diante. Após uma semana, no domingo, quantos novos seguidores ele havia acumulado no total?

A) 300 novos seguidores
B) 1.050 novos seguidores
C) 1.400 novos seguidores
D) 1.800 novos seguidores
E) 2.000 novos seguidores

AULA 03 Desvendando as Inconsistências em Gráficos e Funções

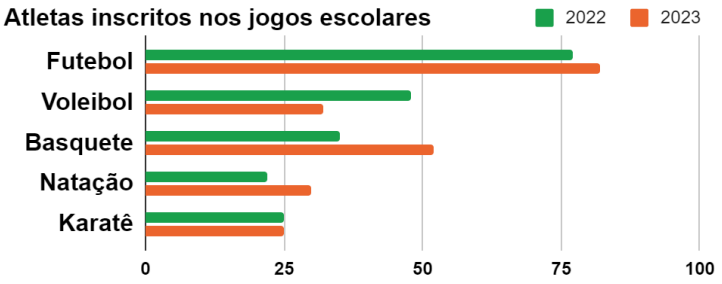
Prezada/o estudante,

Esta aula tem como objetivo mobilizar as **habilidades do nível 2**. Desta maneira, para alcançá-lo, sugerimos que você discuta com suas/seus colegas de classe, as questões a seguir:

Questão 01

A seguir, apresentam-se os dados de inscrições de atletas dos jogos escolares de uma escola de período integral. Analise a associação entre a tabela fornecida e o gráfico de linhas apresentado abaixo. Há três inconsistências que necessitam de correção. Identifique e corrija todas elas.

Modalidade	2022	2023
Futebol	77	82
Voleibol	48	52
Basquete	35	32
Natação	30	22
Karatê	20	20



Questão 02

Explique o porquê da associação entre o gráfico de setores com o texto abaixo está incorreta.

A Netflix é a atual líder no índice de market share das plataformas de streaming no Brasil. É o que indica o levantamento feito pelo JustWatch, que mostrou a companhia com 27% de fatia de mercado no quarto trimestre de 2023. Mesmo perdendo 3% em comparação com o mesmo período em 2022, ela tem 9% de vantagem em relação ao segundo colocado.

Esta segunda posição é ocupada pelo Prime Vídeo, com 18% de participação de mercado. No mais, temos serviços como Star+ (8%) e Disney+ (12%) e, se levarmos em conta os dois juntos, já que fazem parte do mesmo dono, eles ficariam com um número superior ao conquistado pelo serviço da Amazon.

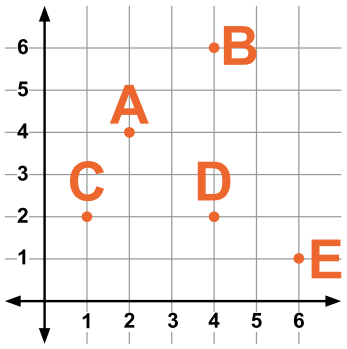
Outras plataformas do levantamento ainda incluem HBO Max (14%), Globo Play (10%) e Apple TV+ (6%).

(Adaptado de https://www.tudocelular.com/mercado/noticias/n217743/netflix-lidera-fatia-de-mercado-streaming-brasil.html)



Questão 03

Sobre as coordenadas dos pontos representados no plano cartesiano abaixo, marque V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas. Justifique ou corrija as falsas.



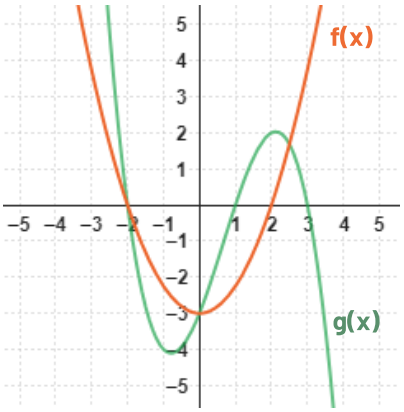
V ou F?	Afirmativas	Correção, caso seja falsa
	As coordenadas do ponto B são (4, 6)	
	O ponto E é o mais próximo do eixo das ordenadas	
	O ponto C e D estão à mesma distância do eixo das abcissas	
	Os pontos A e D têm as mesmas coordenadas: (4, 2)	
	Se o ponto C fosse a origem, o ponto A estaria nas coordenadas (2, 1)	

Questão 04

A vigésima Copa do Mundo foi realizada no Brasil em 2014. A cada quatro anos o evento se repete. Explique detalhadamente, caso não haja alterações nos intervalos de realizações, em que ano de previsão da edição de número 35.

Questão 05

Compare os gráficos abaixo e associe as afirmativas que seguem a cada função.



Afirmativas	$f(x)$	$g(x)$	Afirmativas	$f(x)$	$g(x)$
3 é raiz			- 3 é raiz		
2 é raiz			não têm raízes		
1 é raiz			têm duas raízes		
- 2 é raiz			têm três raízes		

Questão 06

Analise cuidadosamente a resolução da questão abaixo, identifique qualquer erro presente e forneça a correção, justificando sua resposta.

Uma empresa de aluguel de bicicletas cobra R$ 10 pela taxa de aluguel diário e mais R$ 3 por hora de uso. Se alguém alugar uma bicicleta por 5 horas, qual será o custo total?

Resolução	Correção
$C(x) = 3x + 10$ $C(5) = 3 \cdot 5 + 10$ $C(5) = 3 \cdot 15$ $C(5) = 45$	

Questão 07

Uma empresa oferece dois planos de pagamento para seus clientes. No Plano A, o cliente paga R$ 100 no primeiro mês e mais R$ 50 a cada mês subsequente. No Plano B, o cliente paga R$ 80 no primeiro mês e mais R$ 70 a cada mês subsequente. Avalie e argumente sobre qual plano é mais vantajoso para um cliente que pretende utilizar o serviço por 6 meses.

AULA 04	Identificando o Ponto Mais Alto: O Valor Máximo de Funções Quadráticas

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Leia a seção **PONTO DE PARTIDA** para entender a relação entre funções quadráticas e seus gráficos. Em casos de dúvidas, verifique os sites indicados, listados na seção **SAIBA MAIS**.	☐
2º	Assista o vídeo: Introdução às parábolas (vídeo) | Khan Academy disponível no **EI, PSIU!**	☐
3º	Leia as questões da seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões que exigirão que você saiba reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.	☐
4º	Resolva as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
5º	Tire dúvidas com sua/seu professora/or.	☐

PONTO DE PARTIDA

Vamos inicialmente relembrar alguns pontos sobre funções quadráticas:

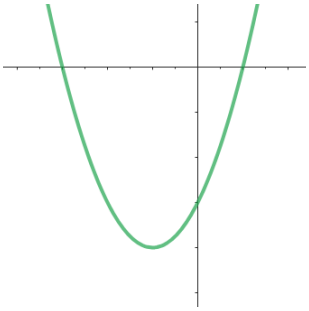
Uma **função quadrática** é uma expressão matemática que pode ser escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ onde a, b e c são coeficientes constantes e x é a variável independente.

◀ Não lembra o que é uma **função quadrática** ou como encontrar os coeficientes? Veja o link 1 da seção **SAIBA MAIS.**

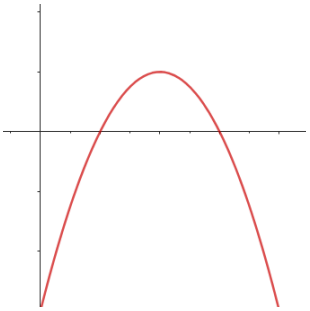
O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada de **parábola**.

O coeficiente a a determina se a parábola abre para cima ou para baixo:

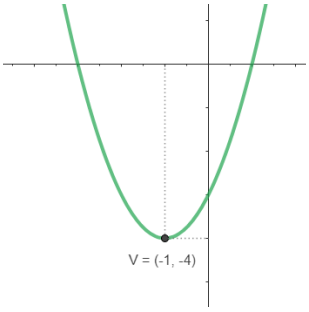
Se a é positivo ($a > 0$), a parábola se abre para cima.



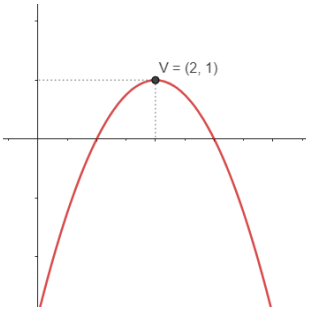
Se a é negativo ($a < 0$), a parábola se abre para baixo.



Se a parábola se abre para cima, o **vértice** é o ponto mais baixo da parábola, chamado de **ponto de mínimo**.



Se a parábola se abre para baixo, o **vértice** é o ponto mais alto da parábola, chamado de **ponto de máximo**.



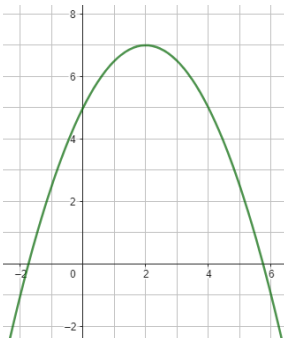
EI, PSIU!

Agora que você já sabe o que é o ponto de máximo de uma parábola, sugerimos que assista o vídeo: Introdução às parábolas (vídeo) | Khan Academy - a partir da marcação de tempo 1:00 até 2:43. Ele está disponível no link a seguir: https://youtu.be/q-RCTPp50HY

PARA COMPREENDER

Questão 01

Em um parque de diversões, um brinquedo tem a forma de uma torre cujo perfil é representado por uma função quadrática. Qual é a altura máxima da torre, conforme mostrado no gráfico?



A) 2 m B) 5 m C) 6 m D) 7 m E) 8 m

Comentários: Para determinar a altura máxima da torre representada pela função quadrática, precisamos encontrar o vértice da parábola, que corresponde ao ponto mais alto.

As **coordenadas** do vértice, visualmente, são encontradas traçando uma linha vertical até encontrar o eixo x e uma linha horizontal até encontrar o eixo y. Os valores encontrados nesses eixos indicarão as coordenadas do vértice no formato (x, y).

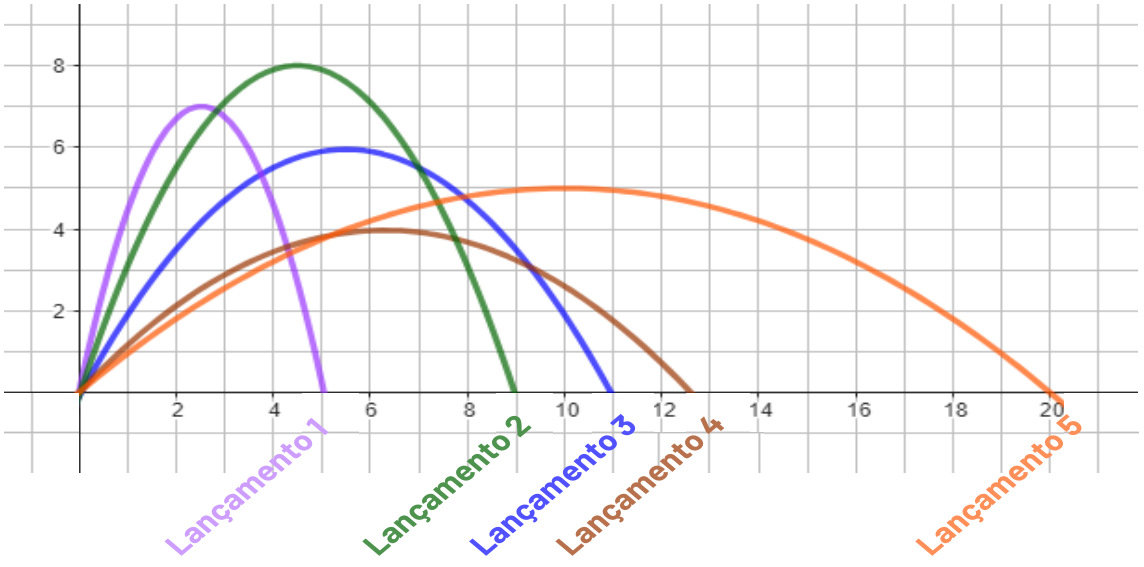
◀ Dificuldades em localizar as **coordenadas** de um ponto no plano cartesiano? Dê uma olhada no link 3 da seção **SAIBA MAIS**.

A altura em questão será o correspondente a coordenada y.

Sendo assim, podemos ver que a coordenada x equivale a 2 e a coordenada y equivale a 7. Assim, a coordenada do vértice é (2, 7). Logo, como a altura da torre é 7m, temos como correta a alternativa D.

Questão 02

O Professor José está orientando seus alunos para a Mostra Brasileira de Foguetes. Ele registrou 5 lançamentos no gráfico abaixo, onde o eixo x indica a distância em metros que o foguete chegou e o eixo y indica a altura alcançada, também em metros.



Sobre a altura máxima de cada lançamento, qual das seguintes afirmações está correta?

A) O lançamento 1 alcançou 5 m de altura.
B) O lançamento 2 alcançou 9 m de altura.
C) O lançamento 3 alcançou 6 m de altura.
D) O lançamento 4 alcançou 12 m de altura.
E) O lançamento 5 alcançou 20 m de altura.

Comentários: Para determinar a altura máxima de cada lançamento, devemos encontrar a coordenada y do vértice da parábola que os representa, correspondendo ao ponto mais alto.

Observando o gráfico, o ponto mais alto do lançamento 1 é 7 no eixo y, do lançamento 2 é 8, do

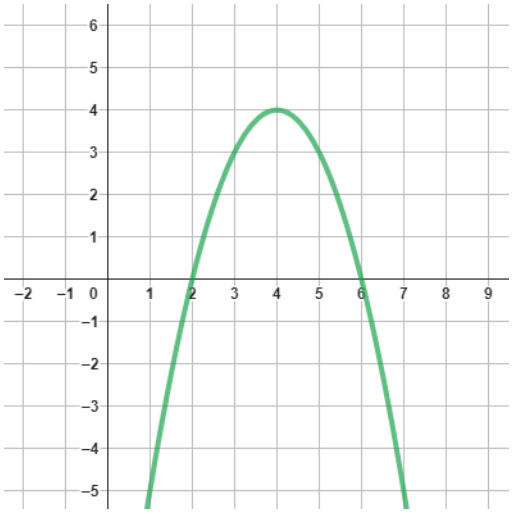
lançamento 3 é 6, do lançamento 4 é 4 e do lançamento 5 é 5.

Portanto, a alternativa correta é a alternativa C, que indica que o lançamento 3 alcançou 6 metros de altura.

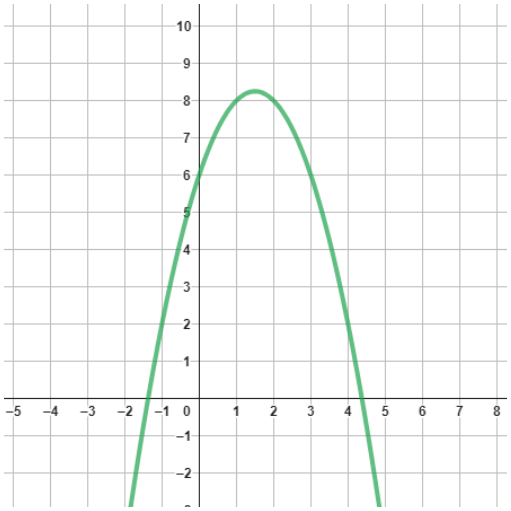
Questão 03

Uma empresa agrícola está analisando a produtividade de suas colheitas, modelada por funções quadráticas. Observe os gráficos abaixo das funções quadráticas que representam diferentes cenários de produtividade. Qual dos gráficos mostra uma função cuja produtividade máxima é igual a 6 toneladas por hectare?

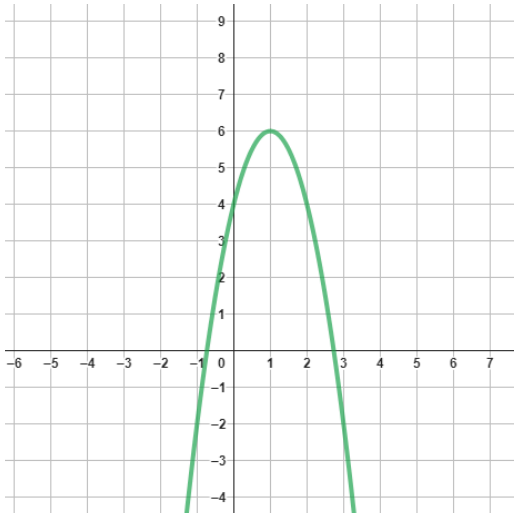
A)



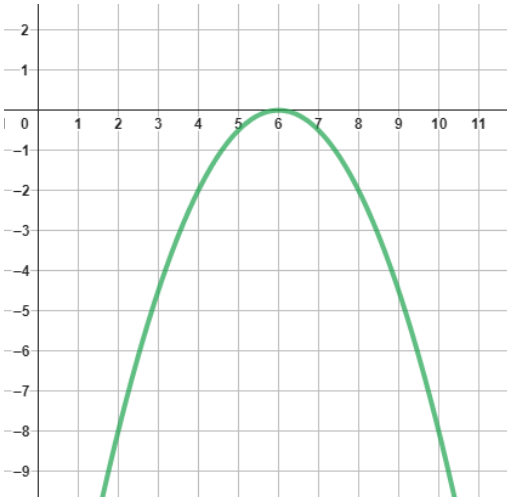
C)



B)



D)

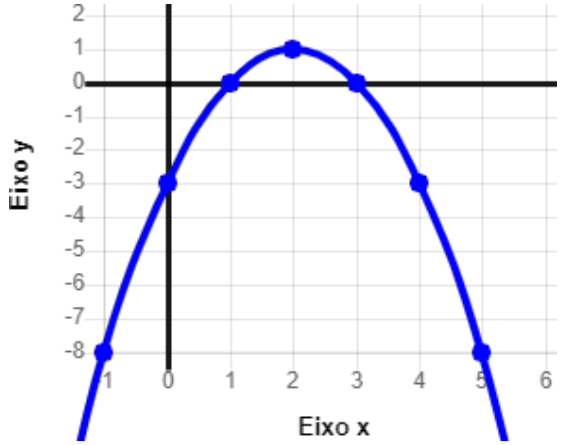


Comentários: Para encontrar o gráfico que indica que a produtividade máxima é igual a 6 toneladas por hectare, observe os gráficos fornecidos e identifique qual deles atinge o valor máximo de 6 no eixo y. A função quadrática que atinge seu ponto máximo em $y = 6$ é aquela cuja vértice da parábola está no ponto mais alto igual a 6, que é o gráfico apresentado na **alternativa B**.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

(BPW). Observe o gráfico abaixo.



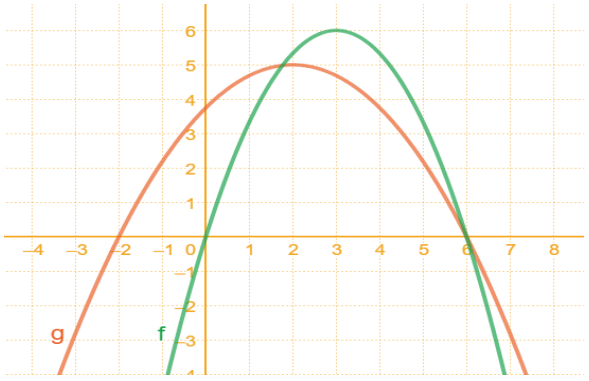
A função apresenta ponto de:

A) mínimo em (1, 2).
B) mínimo em (2, 1).
C) máximo em (-1, -8).
D) máximo em (2, 1).
E) máximo em (1, 2).

Questão 02

Considere as funções quadráticas $f(x)$ e $g(x)$ apresentadas no gráfico abaixo. Ambas possuem pontos de máximos, mas esses pontos máximos ocorrem em diferentes alturas e **abscissas**.

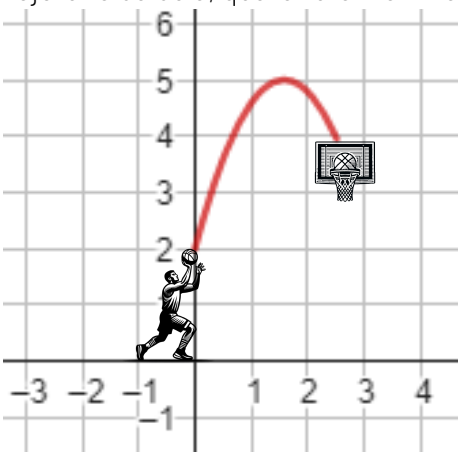
Esqueceu a diferença entre a **abscissa** e a **ordenada**? Dê uma olhada no link 4 da seção **SAIBA MAIS**.



A) O ponto de máximo de $f(x)$ é mais alto e ocorre em uma abscissa maior que o ponto de máximo de $g(x)$.
B) O ponto de máximo de $g(x)$ é mais alto e ocorre em uma abscissa maior que o ponto de máximo de $f(x)$.
C) O ponto de máximo de $f(x)$ é mais baixo e ocorre em uma abscissa maior que o ponto de máximo de $g(x)$.
D) O ponto de máximo de $g(x)$ é mais baixo e ocorre em uma abscissa maior que o ponto de máximo de $f(x)$.
E) Os pontos de máximos de $f(x)$ e $g(x)$ têm a mesma altura, mas ocorrem em abscissas diferentes.

Questão 03

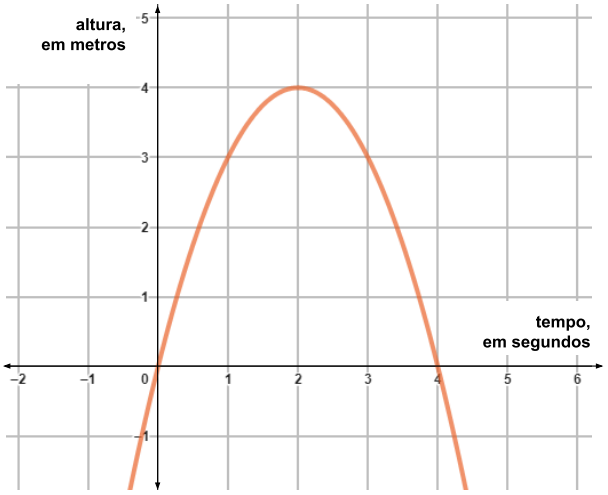
Um jogador de basquete está lançando a bola em direção à cesta. A trajetória da bola forma uma parábola no ar. Observando a trajetória da bola, qual altura máxima a bola atinge?



A) 2 m B) 3 m C) 4 m D) 5 m E) 6 m

Questão 04

Um estudante está analisando a altura alcançada por uma bola lançada verticalmente para cima em relação ao tempo. Ele registrou os dados em uma tabela e também traçou o gráfico da função quadrática que modela a trajetória da bola.

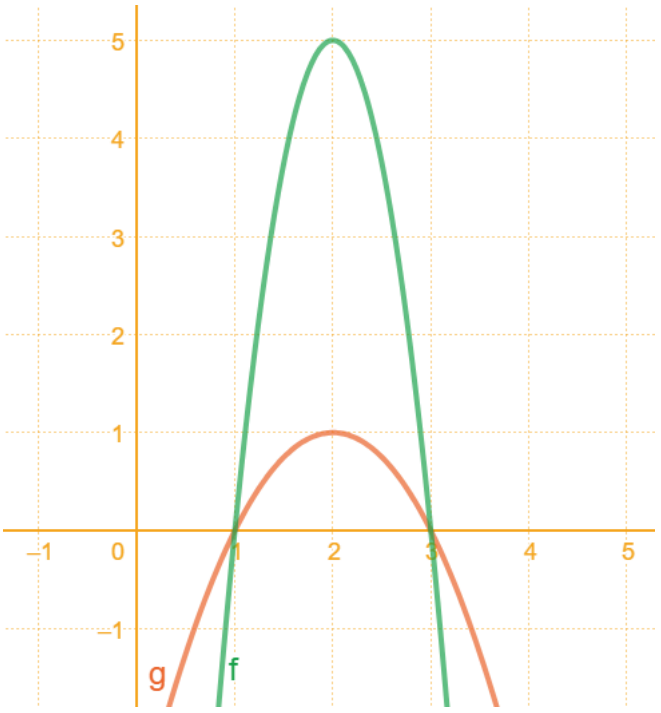


Sobre a trajetória realizada pela bola, podemos afirmar que:

A) A bola atingiu a altura máxima de 3 m no tempo de 1 segundo.
B) A bola atingiu a altura máxima de 4 m no tempo de 2 segundos.
C) A bola atingiu a altura máxima de 4 m no tempo de 3 segundos.
D) A bola atingiu a altura máxima de 2 m no tempo de 4 segundos.
E) A bola atingiu a altura máxima de 4 m no tempo de 4 segundos.

Questão 05

Qual a diferença entre o ponto de máximo de $f(x)$ e o ponto de máximo de $g(x)$ nos gráficos apresentados abaixo?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

SAIBA MAIS

1. **Coeficientes da função polinomial de 2º grau - UNESP**
   https://hospeda.fc.unesp.br/math/funcao_2_grau_coef_01.php
2. **Introdução às parábolas | Algebra 1 - Khan Academy**
   https://youtu.be/q-RCTPp50HY?si=sWjr_IYTtWBbhNoP&t=60
3. **Plano Cartesiano: o que é, como fazer e exemplos - Enciclopédia Significados**
   https://www.significados.com.br/plano-cartesiano/#:~:text=Como%20fazer%20para%20saber%20as,at%C3%A9%20encontrar%20o%20eixo%20y
4. **O que é abscissa e ordenada? - Professora Alexandra Maia**
   https://www.youtube.com/watch?v=LZPhGZVhYvs
5. **O que é o módulo ou valor absoluto de um número? - Brasil Escola**
   https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-modulo-ou-valor-absoluto-um-numero.htm
6. **Concavidade da parábola - Mundo Educação**
   https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/concavidade-parabola.htm
7. **Função polinomial do 2º grau: Definição e gráfico - Prof. Paulo Pereira**
   https://youtu.be/1cqNdPSB_nY?si=74Bhz13tPgdvj7BA&t=785

AULA 05	Aprofundando o Reconhecimento do Valor Máximo de Funções Quadráticas

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Inicie lendo a seção **PONTO DE PARTIDA** para relembrar o que falamos na aula passada.	☐
2º	Depois, leia a seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões que exigirá que você saiba reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente	☐
3º	Finalize resolvendo as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
4º	Não esqueça de tirar dúvidas com sua/seu professora/or e de fazer a autoavaliação na seção **EU APRENDI...**	☐

PONTO DE PARTIDA

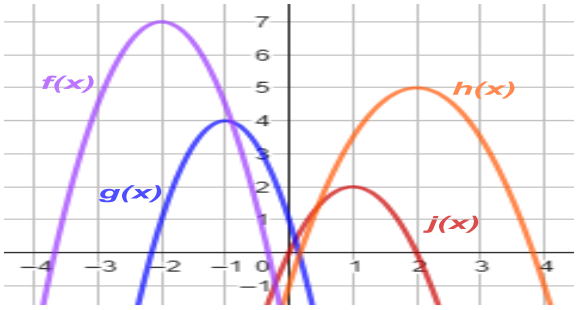
Na aula anterior, exploramos alguns fundamentos das funções quadráticas, relembrando desde a sua forma geral até a compreensão dos coeficientes e do comportamento de seus gráficos, as parábolas. Hoje, vamos aprofundar ainda mais nosso conhecimento, focando no ponto de máximo, mas relembrando assuntos anteriores.

Como você já aprendeu, o coeficiente **a** de uma função quadrática - aquele que acompanha o x^2 - determina se a parábola abre para cima ou para baixo. Quando a parábola abre para cima, o ponto mais baixo é chamado de ponto de mínimo, e quando a parábola abre para baixo, o ponto mais alto é chamado de ponto de máximo.

PARA COMPREENDER

Questão 01

As funções $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ e $j(x)$ são representadas graficamente abaixo.



Analise os gráficos e marque a alternativa que indica a ordem crescente dos valores y dos pontos de máximos dessas funções.

A) $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, $j(x)$
B) $f(x)$, $h(x)$, $g(x)$, $j(x)$
C) $j(x)$, $g(x)$, $h(x)$, $f(x)$
D) $h(x)$, $j(x)$, $g(x)$, $f(x)$
E) $f(x)$, $g(x)$, $j(x)$, $h(x)$



Comentários: Para resolver a questão, basta identificar os pontos de máximos de cada função e suas a coordenada y.

- O ponto de máximo de $f(x)$ é (-2, 7), logo o seu y é 7.
- O ponto de máximo de $g(x)$ é (-1, 4), logo o seu y é 4.
- O ponto de máximo de $h(x)$ é (2, 5), logo o seu y é 5.
- O ponto de máximo de $j(x)$ é (1, 2), logo o seu y é 2.

Ao colocar essas funções em ordem crescente com relação às suas coordenadas y, temos que:

$$\begin{array}{lccccccc} & 2 & < & 4 & < & 5 & < & 7 \\ \text{então temos que} & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ & j(x) & < & g(x) & < & h(x) & < & f(x) \end{array}$$

que é a ordem que aparece na alternativa C.

Também seria possível resolver essa questão apenas visualmente.
Você consegue explicar como?

Questão 02

Suponha que os pontos abaixo representem os pontos de máximos de cinco funções distintas. Qual desses pontos é o mais próximo do eixo das abscissas?

A) (1, 3)
B) (-2, 1)
C) (0, 5)
D) (3, 4)
E) (-1, 2)



Comentários: Para determinar qual ponto é o mais próximo do eixo das abscissas (eixo x), precisamos observar o valor y de cada ponto, pois a distância do ponto ao eixo x é determinada pelo **valor absoluto** de y.

◀ Não lembra o que é o **valor absoluto** de um número? Dê uma olhada no link 1 da seção **SAIBA MAIS** antes de continuar.

Vamos analisar os valores de y de cada ponto:

A) (1, 3) $\Rightarrow$ $y = 3$

B) (-2, 1) $\Rightarrow$ $y = 1$

C) (0, 5) $\Rightarrow$ $y = 5$

D) (3, 4) $\Rightarrow$ $y = 4$

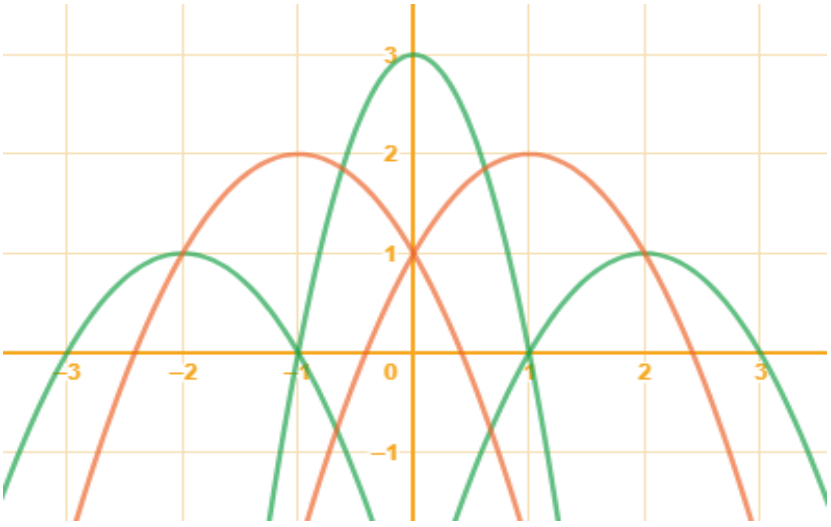
E) (-1, 2) $\Rightarrow$ $y = 2$

O ponto mais próximo será aquele com a menor distância. Então, o ponto com o menor valor de y (em valor absoluto) é (-2, 1) com $y = 1$.

Portanto, a alternativa correta é a B.

Questão 03

Gabriel, ao programar as montanhas para o cenário do jogo de videogame que está desenvolvendo, percebeu que elas são gráficos de funções quadráticas, representadas abaixo,



Sobre elas, analise as afirmativas abaixo.

I. há uma montanha com 3 de altura máxima;

II. há duas montanhas com 2 de altura máxima;

III. Há três montanhas com 1 de altura máxima.

Sobre as afirmativas acima, marque a alternativa correta.

A) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
B) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras
C) Apenas as afirmativas II e III são verdadeiras.
D) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.
E) As afirmativas I, II e III são verdadeiras.

Comentários: Para resolver a questão, basta identificar os pontos de máximos de cada função. Da esquerda para a direita, vamos analisar as montanhas.

- A primeira montanha tem altura máxima onde $y = 1$;
- A segunda montanha tem altura máxima onde $y = 2$;
- A terceira montanha, a maior de todas, tem altura máxima onde $y = 3$;
- A quarta montanha tem altura máxima onde $y = 2$;
- A última montanha tem altura máxima onde $y = 1$.

Assim, temos:

- Uma montanha com altura $y = 3$ ⇒ o que indica que a afirmativa I é verdadeira;
- Duas montanhas com altura $y = 2$ ⇒ o que indica que a afirmativa II é verdadeira;
- Duas montanhas com altura $y = 1$ ⇒ o que indica que a afirmativa III é falsa.

Assim, apenas I e II são verdadeiras, como aponta a alternativa B.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

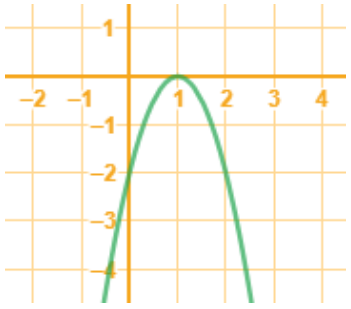
Qual das seguintes funções representa uma parábola com **concavidade** para baixo?

Ih! Esqueceu como identificar a **concavidade** do gráfico de uma função quadrática? Pois checa o link 2 da seção **SAIBA MAIS**.

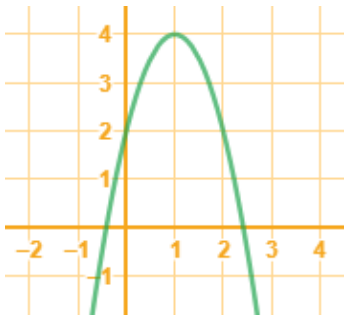
A) $f(x) = x^2 + 2x + 3$
B) $f(x) = -3x^2 + 4x - 1$
C) $f(x) = -2x + 3$
D) $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$
E) $f(x) = 3x^2 - 5x - 4$

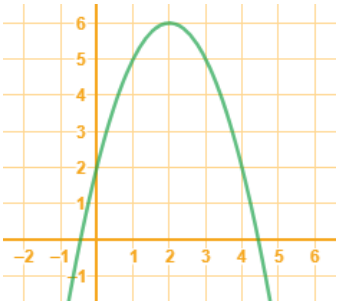
Questão 02

Entre as alternativas abaixo existe apenas uma associação correta entre a concavidade, gráfico e o vértice. Qual é ela?

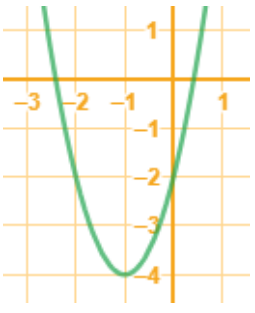
A) 

$a < 0$, vértice em (0,1)

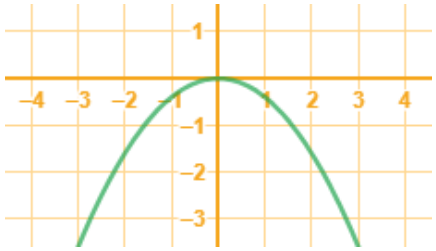
B) 

C) $a > 0$, vértice em (1,4)


$a < 0$, vértice em (2,6)

D) 

$a < 0$, vértice em (-1, -4)

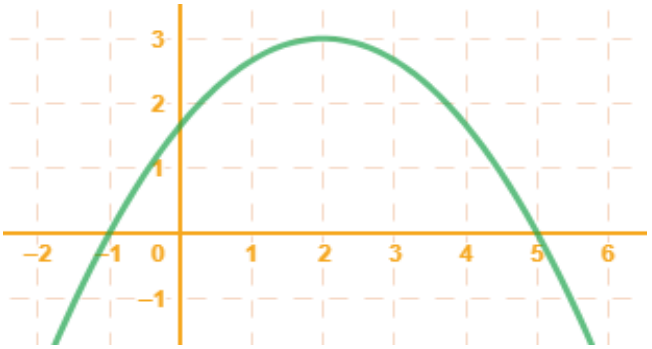
E) 

$a = 0$, vértice em (0, 0)

Questão 03

Qual o ponto de máximo e as **raízes** da função quadrática representada no gráfico abaixo?

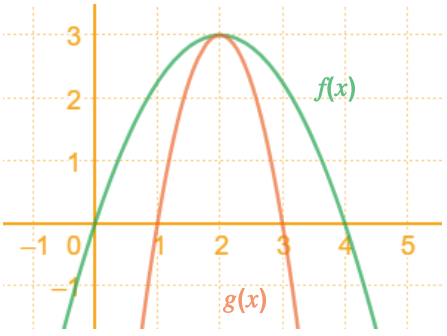
Relembre como encontrar as **raízes** (ou zeros) de uma função quadrática a partir do tempo **13:05** do vídeo no link 3 da seção **SAIBA MAIS**.



A) Ponto de máximo: *(3, 2)*; Raízes: *-1* e 5.
B) Ponto de máximo: *(2, 3)*; Raízes: *-1* e 5.
C) Ponto de máximo: *(-1, 5)*; Raízes: *2* e *3*.
D) Ponto de máximo: *(5, -1)*; Raízes: *2* e *3*.
E) Ponto de máximo: *(2, 3)*; Raízes: *2* e *3*.

Questão 04

Sobre as funções $f(x)$ e $g(x)$ representadas no gráfico abaixo, analise as afirmativas abaixo:



I. *0* e *1* são raízes de $f(x)$

II. *1* e *3* são raízes de $g(x)$

III. *(2, 3)* é o ponto de máximo de $f(x)$

IV. *(2, 3)* é o ponto de máximo de $g(x)$

Sobre as afirmativas acima, marque a alternativa correta:

A) I, II, III e IV estão corretas
B) Apenas I, II e III estão corretas
C) Apenas II, III, e IV estão corretas
D) Apenas II e III estão corretas
E) Apenas II e IV estão corretas

Questão 05

Sobre a função quadrática representada no gráfico abaixo, marque a alternativa correta.



A) 1 e 4 são raízes; (3, 2) é o ponto de máximo.
B) 1 e 3 são raízes; (2, 4) é o ponto de máximo.
C) 2 e 4 são raízes; (3, 1) é o ponto de máximo.
D) 3 e 1 são raízes; (4, 2) é o ponto de máximo.
E) 4 e 2 são raízes; (1, 3) é o ponto de máximo.

✓ EU APRENDI...

Prezada/o estudante,

Esta autoavaliação permitirá que você avalie seu próprio aprendizado e identifique pontos que precisam ser aprimorados. Além disso, é uma oportunidade para que você expresse suas necessidades e preocupações em relação a habilidade que está sendo mobilizada.

Habilidades	Não, tenho dificuldades	Um pouco, ainda preciso de ajuda	Sim, consigo fazer sozinho
1. Consigo **reconhecer** uma função quadrática pelo seu gráfico.			
2. Consigo **identificar** o ponto onde uma função quadrática atinge sua altura máxima em um gráfico?			
3. Consigo **associar** as coordenadas de um ponto ao ponto máximo de uma função quadrática.			
4. Consigo **descrever** o processo de encontrar o valor máximo de uma função quadrática a partir de seu gráfico.			

AULA 06	Descobrindo o Território do Pico: O Intervalo de Valor Máximo da Função

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Leia a seção **PONTO DE PARTIDA** como reconhecer o intervalo no qual uma função assume seu valor máximo em um gráfico. Em casos de dúvidas, verifique os sites indicados, listados na seção **SAIBA MAIS**.	☐
2º	Para aprofundar, assista o vídeo: Função Polinomial do 2º Grau: Máximos e Mínimos do Professor Paulo Pereira no **EI, PSIU**!	☐
3º	Tente resolver as questões da seção **PARA COMPREENDER** e compare suas resoluções com as sugeridas nos comentários.	☐
4º	Resolva as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO**, seguindo as instruções do seu professor.	☐
5º	Tire dúvidas com sua/seu professora/or.	☐

PONTO DE PARTIDA

Para entender como reconhecer o intervalo no qual uma função assume seu valor máximo ou seu valor mínimo em um gráfico, é importante lembrar alguns conceitos básicos sobre gráficos de funções e como interpretar os pontos mais altos (máximos) e os pontos mais baixos (mínimos). Vamos explorar isso de maneira simples e rápida.

Mas antes, lembre-se: um gráfico de função é uma representação visual de como os valores de uma função mudam à medida que a variável independente (geralmente x) varia. No eixo horizontal (eixo x), colocamos os valores de x, e no eixo vertical (eixo y), colocamos os valores da função $f(x)$.

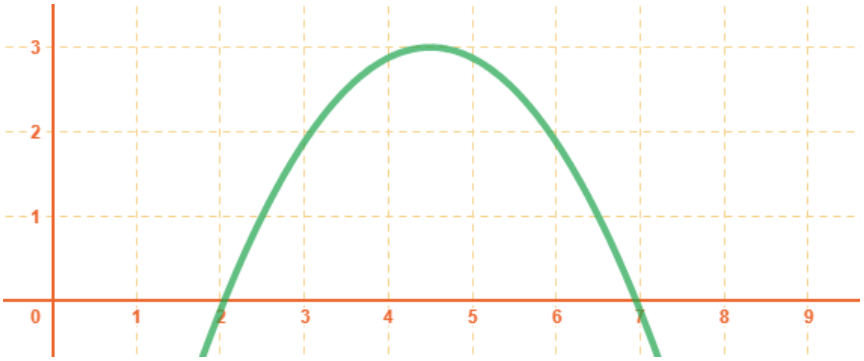
Nas aulas anteriores, recordamos que o ponto de valor máximo de uma função é o ponto mais alto no gráfico. Ele representa o valor mais alto que a função atinge em um determinado intervalo. Imagine que o gráfico é uma montanha, e o ponto de valor máximo é o topo da montanha.

Como Identificar o Intervalo do Máximo?

1. **Localize o ponto de máximo no gráfico:** Primeiramente, olhe para o gráfico e identifique visualmente o ponto mais alto.
2. **Determinar os valores de x:** Anote os valores de x onde o gráfico atinge este ponto mais alto.

3. **Analisar o Intervalo:** Verifique se o ponto mais alto ocorre em um intervalo específico entre valores do eixo x. Por exemplo, se a função atinge seu valor máximo entre $x = 2$ e $x = 7$, este é o intervalo onde a função assume seu valor máximo.

Vamos considerar um exemplo simples para ilustrar isso:



No gráfico acima, o ponto mais alto (máximo) está onde $f(x) = 3$. Esse ponto ocorre entre $x = 4$ e $x = 5$. Então, o intervalo onde a função assume seu valor máximo é **[**4, 5**]**.

Usar **[colchetes]** é uma das maneiras de representar intervalos. Você lembra de todas elas? Veja os links 1 e 2 da seção **SAIBA MAIS**.

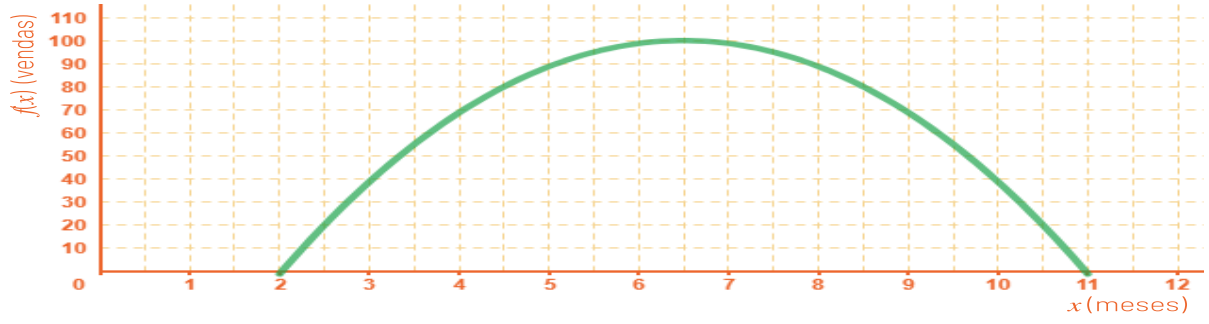
EI, PSIU!

Para aprofundar seu entendimento sobre pontos de máximos e mínimos em funções, recomendo que assista ao vídeo Função Polinomial do 2º Grau: Máximos e Mínimos do Professor Paulo Pereira, disponível em https://www.youtube.com/watch?v=iAKFxlXT6K8 . Este vídeo explica de forma clara e detalhada como identificar esses pontos em gráficos de funções e a importância deles em diferentes contextos matemáticos. Assistir a esse vídeo vai ajudar a consolidar os conceitos abordados em sala de aula e oferecer uma visão prática de como aplicar esses conhecimentos. Acesse o vídeo aqui.

PARA COMPREENDER

Questão 01

Uma empresa está monitorando a quantidade de vendas de um novo produto ao longo dos meses. O gráfico abaixo mostra o número de vendas mensais em cada mês:



Em qual intervalo de meses a quantidade de vendas foi a maior?

A) [2, 3] B) [4, 5] C) [6, 7] D) [8, 9] E) [10, 11]

Comentários: No gráfico, o ponto mais alto representa o mês com a maior quantidade de vendas. Para encontrar a alternativa que indica o intervalo de meses em que a quantidade de vendas foi maior, respondamos às seguintes perguntas:

Qual o ponto mais alto do gráfico?

Aproximadamente, qual a coordenada x do ponto mais alto?

A coordenada x do ponto mais alto está entre quais números do eixo x?

Se você respondeu que o ponto mais alto é aquele que atinge a altura 100, que a coordenada x *desse ponto é aproximadamente 6,5, e* que a coordenada x desse ponto está entre os números 6 e 7 do eixo x, você encontrou o intervalo de meses em que a quantidade de vendas foi maior. Alternativa C.

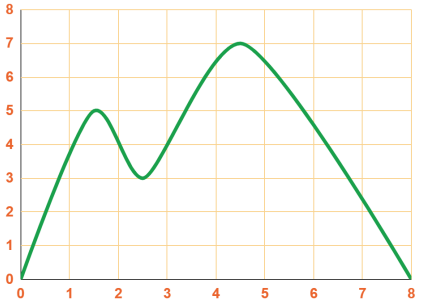
Questão 02

Uma montanha-russa, durante os seus primeiros oito segundos de percurso, atinge seu ponto mais alto, medido em metros, entre o 4º e o 5º segundo. Qual dos gráficos a seguir representa esse comportamento, considerando o eixo x como tempo em segundos?

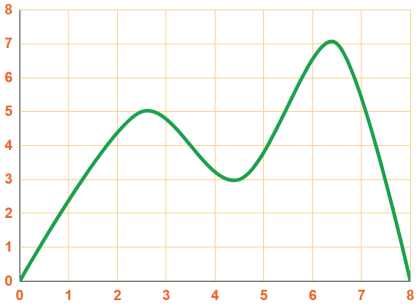
A)



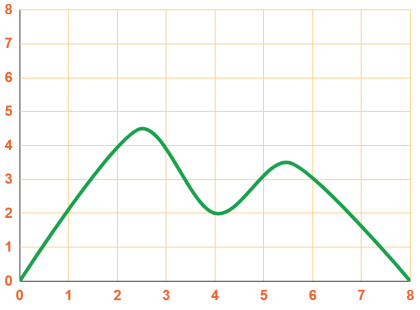
B)



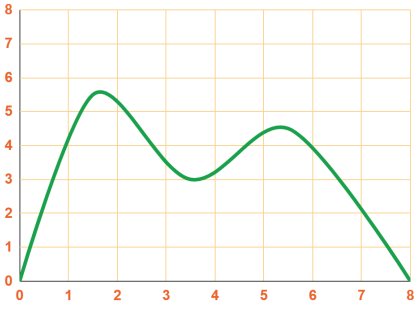
C)



D)



E)



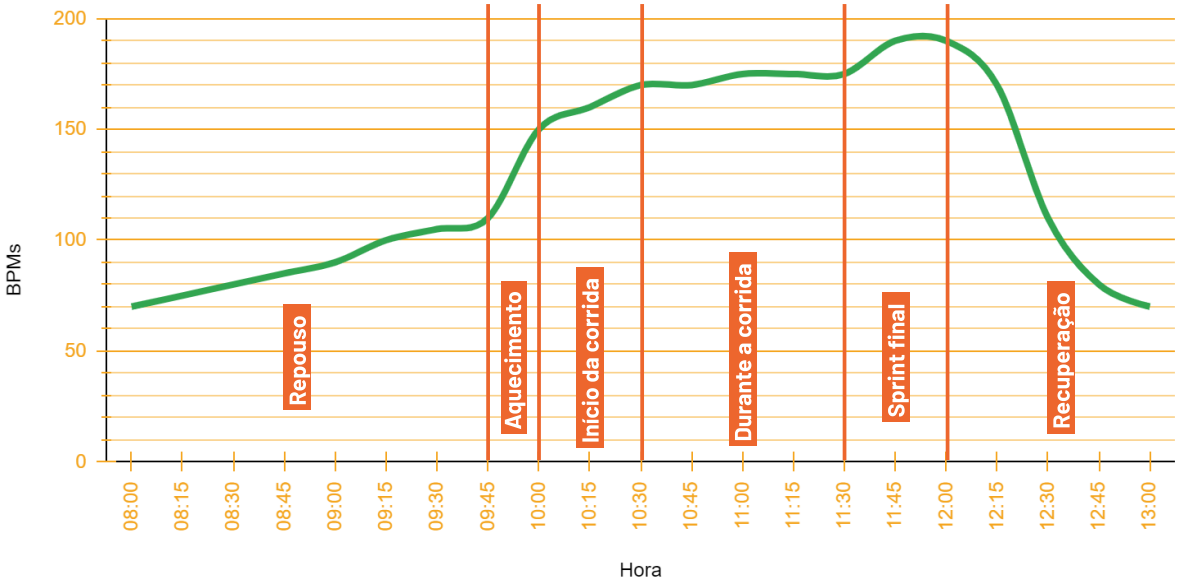
Comentários: Vamos localizar o ponto mais alto de cada gráfico para identificar o ponto de máximo e, em seguida, encontrar o intervalo de tempo correspondente.

- Item A: O ponto mais alto é aquele com a altura em 7m. Ele ocorre aproximadamente no primeiro segundo.
- Item B: O ponto mais alto é aquele com altura também em 7m. Ele ocorre entre o 4º e o 5º segundo.
- Item C: O ponto mais alto tem a altura também em 7m. Ele ocorre entre o 6º e o 7º segundo.
- Item D: O ponto mais alto está entre 4 e 5 metros. Ele ocorre entre o 2º e o 3º segundo.
- Item E: O ponto mais alto é o que está entre 5 e 6 metros. Ele ocorre entre o 1º e 2º segundos.

Sendo assim, o gráfico que tem o ponto de máximo no intervalo entre o 4º e 5º segundo é o apresentado na alternativa B.

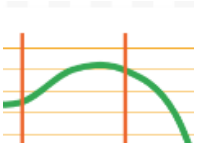
Questão 03

Maria está participando de uma corrida que começou às 10 horas da manhã e durou um pouco mais de 2 horas. Seus batimentos cardíacos variam durante a prova de acordo com diferentes fases, conforme mostra o gráfico abaixo.



Em qual intervalo de tempo os batimentos cardíacos de Maria chegaram ao seu pico?

A) Entre 09:30 e 09:45.
B) Entre 09:45 e 10:30.
C) Entre 10:30 e 11:00.
D) Entre 11:45 e 12:00.
E) Entre 12:15 e 12:30.



Comentários: No gráfico de batimentos cardíacos de Maria, vamos localizar o ponto mais alto para identificar o ponto de máximo e, em seguida, encontrar o intervalo de tempo correspondente.

O ponto mais alto no gráfico, que representa o pico dos batimentos cardíacos de Maria, está na fase de sprint final, no final da corrida.

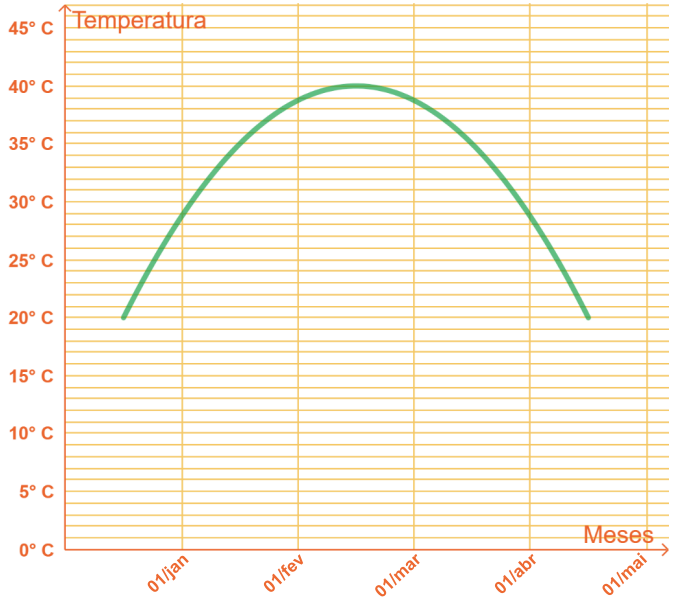
Ao analisar os horários, percebe-se que o momento em que isso ocorre é entre as 11h45 e as 12h00.

Portanto, a alternativa correta é a D.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

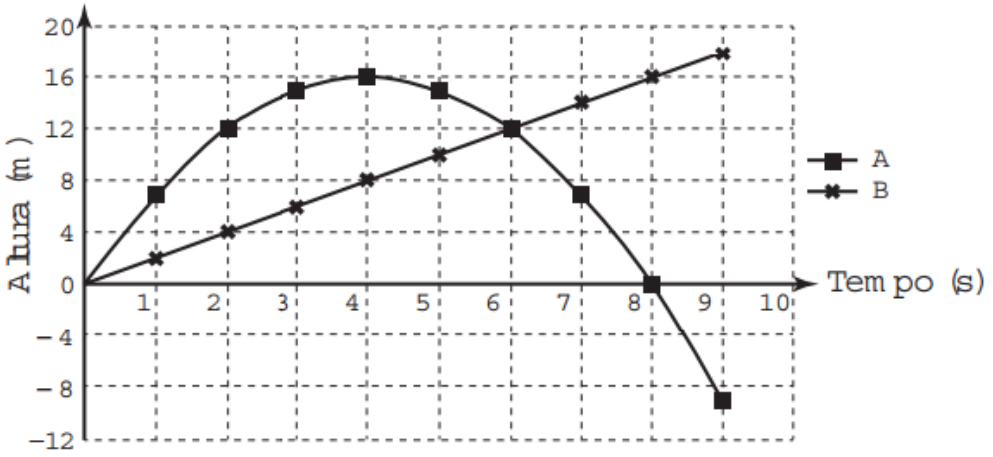
Um meteorologista está analisando a temperatura média mensal em uma cidade durante os primeiros meses do ano. O gráfico abaixo mostra a temperatura média em graus Celsius:



Em qual intervalo de dias a temperatura média foi a maior?
A) Entre 01 de janeiro e 01 de fevereiro.
B) Entre 01 de fevereiro e 01 de março.
C) Entre 01 de março e 01 de abril.
D) Entre 01 de março e 01 de maio.
E) Entre 01 de abril e 01 de maio.

Questão 02

(ENEM, 2016, Adaptada) - Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.

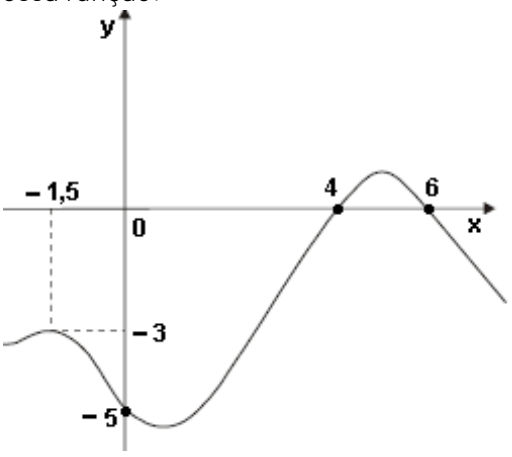


Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.
Para alcançar o objetivo, em que intervalo de tempo B deverá encontrar A em seu ponto de valor máximo?

A) Entre 0 e 2 segundos.
B) Entre 2 e 3 segundos.
C) Entre 3 e 5 segundos.
D) Entre 5 e 6 segundos.
E) Entre 6 e 7 segundos.

Questão 03

(SARESP, 2007, adaptado) Observando o gráfico da função representado abaixo, podemos concluir corretamente que essa função:

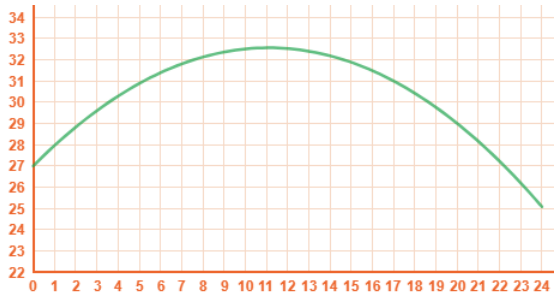


A) tem, ao menos, 3 raízes reais.
B) tem seu ponto de máximo no intervalo [4, 6].
C) tem (0, -5) como seu ponto de mínimo .
D) é uma função afim.
E) é uma função quadrática.

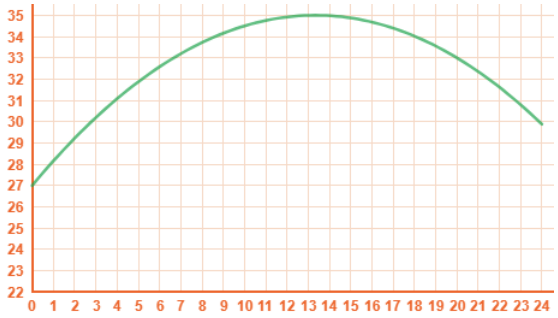
Questão 04

Um gráfico representa a temperatura, em °C, de uma cidade ao longo de 24 horas. A temperatura máxima é atingida entre 12h e 14h. Qual gráfico corresponde a essa descrição?

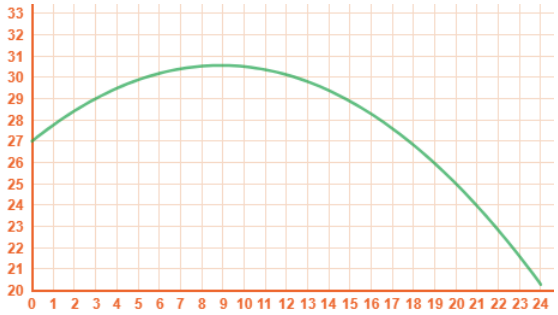
A)



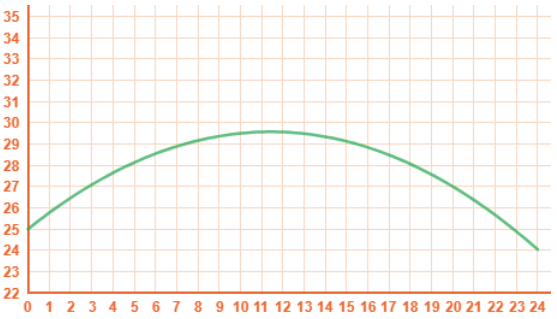
B)



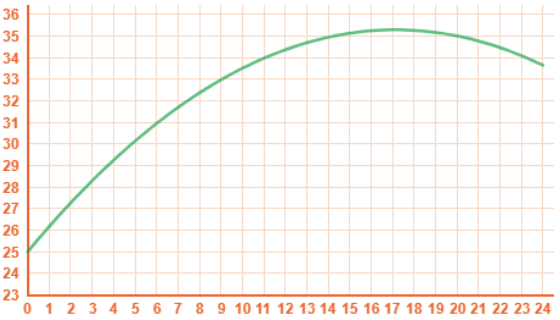
C)



D)

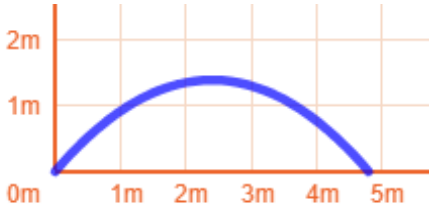


E)



Questão 05

O chafariz de um shopping jorra água conforme a imagem abaixo.



Baseado na imagem acima, podemos afirmar que a distância no solo da origem que a água alcança a altura máxima está entre:

A) 0 e 1 m B) 1 e 2 m C) 3 e 4 m D) 4 e 5m E) 5 e 6m

SAIBA MAIS

1. **Representação de subconjuntos por intervalos - Mundo Educação**
   https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/representacao-subconjuntos-por-intervalos.htm

2. **Introdução à Notação de Intervalo**
   https://www.youtube.com/watch?v=gc3arwcmOkc

3. **Função polinomial do 2º Grau: máximos e mínimos**
   https://www.youtube.com/watch?v=iAKFxlXT6K8

4. **Valor máximo e valor mínimo de uma função**
   https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao-quadratica/x34e9dd8107ca5eda:valor-maximo-e-valor-minimo-de-uma-funcao-quadratica/a/valor-maximo-e-valor-minimo-de-uma-funcao
5. **Introdução às parábolas**
   https://pt.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:intro-parabolas/v/parabolas-intro
6. **Comparação dos pontos máximos de funções quadráticas**
   https://pt.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:graphing-and-comparing-quadratics/v/comparing-features-of-functions-2-example-2

AULA 07	A Jornada Continua: Mais sobre o Intervalo de Valor Máximo da Função

Prezada/o estudante,

Nesta aula você continuará a **reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo**, mas também revendo conteúdos anteriores. Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Leia a seção **PONTO DE PARTIDA** como reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual uma função assume seu valor máximo em um gráfico.	☐
2º	Para aprofundar, assista o vídeo: Análise de gráficos de uma função com o Profº Rodrigo de Oliveira no **EI, PSIU!**	☐
3º	Tente resolver as questões da seção **PARA COMPREENDER** e compare suas resoluções com as sugeridas nos comentários.	☐
4º	Resolva as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO**, seguindo as instruções do seu professor.	☐
5º	Não esqueça de tirar dúvidas com sua/seu professora/or e de fazer a autoavaliação na seção **EU APRENDI...**	

● PONTO DE PARTIDA

Agora que você já sabe interpretar o valor máximo de uma função quadrática, sugerimos que assista o vídeo **Máximo e Mínimo de uma função (análise de gráficos)**, disponível pelo link a seguir: https://www.youtube.com/watch?v=f5lOSYjr1aE

O valor máximo é um conceito bastante utilizado em diversas áreas, como Matemática, Economia, Engenharia e Estatística.

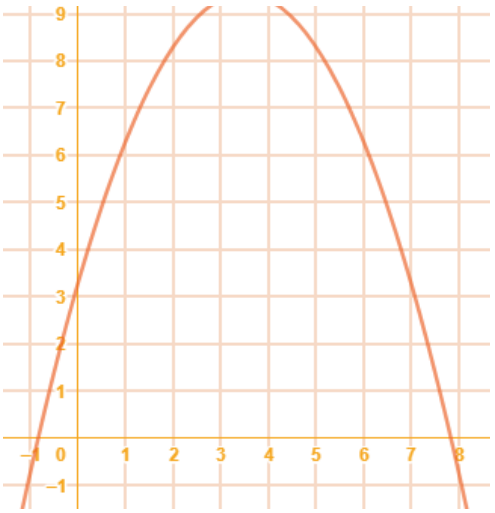
👁 EI, PSIU!

Para aprofundar um pouco mais seu conhecimento sobre ponto de máximo, propomos a aula do Profº Rodrigo de Oliveira: **Análise de gráficos de uma função**, disponível em https://www.youtube.com/watch?v=MZVUOC-p1GU . Neste vídeo, é apresentado um estudo detalhado sobre crescimento, decrescimento e valor constante de uma função.

PARA COMPREENDER

Questão 01

Um estudante, ao estudar sobre o ponto de máximo de uma função quadrática, encontrou o gráfico abaixo. No entanto, o ponto de máximo da função foi cortado. Apesar disso, ainda é possível determinar o intervalo onde esse ponto de máximo se encontra.



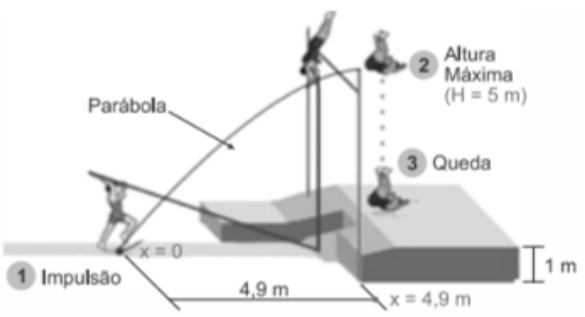
Com base no gráfico, qual é o intervalo em que o ponto de máximo da função está localizado?

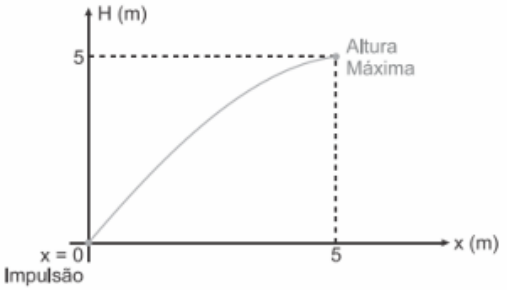
A) $-1 \leq x \leq 0$ B) $0 \leq x \leq 1$ C) $3 \leq x \leq 4$ D) $7 \leq x \leq 8$ E) $9 \leq x \leq 10$

Comentários: Partindo da ideia de que o gráfico de uma função quadrática é representado por uma parábola e, na situação apresentada acima, tem-se que a concavidade voltada para baixo nos dá a existência de um valor máximo da função. De acordo com a continuidade na figura, notamos que o ponto de máximo está entre o intervalo 3 e 4. Concluindo que a alternativa correta é C.

Questão 02

No salto com vara, o atleta deve ultrapassar o sarrafo, colocado em determinada altura, tomando impulso suficiente e se elevando com a utilização de uma vara flexível.





(Adaptado do disponível em: <http://www.terra.com.br/esportes/infograficos>. Acesso em: 8 set. 2016)

Desde o momento da impulsão até o momento de altura máxima, o atleta desenvolve um deslocamento vertical (H) e horizontal (x) em forma de parábola: $H = ax^2 + bx + c$. O ponto x = 0 corresponde ao momento da impulsão; após atingir a altura máxima, o atleta cai verticalmente.

O sarrafo está a 4,9 metros de altura; a altura máxima atingida pelo atleta é de 5 metros (H = 5: o ponto de máximo da parábola) e está horizontalmente a 5 metros do ponto de impulsão. Sabendo que a altura H foi medida considerando a parte mais baixa do corpo do atleta, marque as alternativas corretas.

A) O valor do coeficiente a da parábola é 0,2.
B) A relação entre o deslocamento vertical (H) e horizontal (x) é dada por $H = 0{,}2x^2 + 2x$.
C) O valor do coeficiente b da parábola é 3.
D) Após se deslocar horizontalmente 1 m do ponto de impulsão, o atleta irá atingir uma altura de 2 m.
E) O atleta conseguiu ultrapassar o sarrafo.

Comentários:

Vamos considerar o ponto referente ao momento da impulsão como a origem O (0, 0) do plano ortogonal cartesiano. Aproveitamos para registar ponto de altura máxima como H (5, 5).
De posse destas informações, vamos determinar os valores reais dos coeficientes da função quadrática.
Tem-se então:

➡️ Ponto O (0, 0)
$H(x) = ax^2 + bx + c$
$H(0) = 0 \rightarrow a.0^2 + b.0 + c = 0 \rightarrow c = 0$

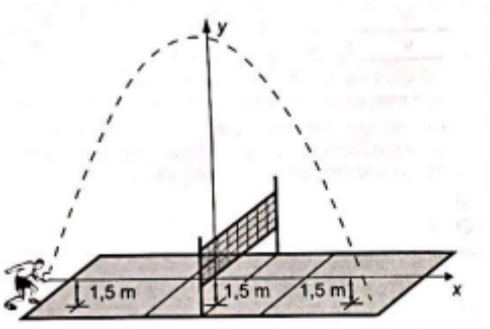
➡️ Ponto H (5,5)
$H(5) = 5$
$a.5^2 + b.5 + 0 = 5 \rightarrow 25a + 5b = 5 \rightarrow 5.(5a + b) = 5 \rightarrow (5a + b) = \frac{5}{5} \rightarrow 5a + b = 1 \rightarrow b = 1 - 5a$

Sabemos que as coordenadas do vértice da parábola é dada por $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$. Como H é o vértice da parábola, pode-se concluir que:
$x_H = x_V$
$5 = -\frac{b}{2a} \rightarrow 5 = -\frac{1-5a}{2a} \rightarrow 5.2a = -(1 - 5a) \rightarrow 10a = -1 + 5a \rightarrow 10a - 5a = -1 \rightarrow 5a = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{5}$
$\rightarrow a = -0{,}2$
Logo, para determinar o valor do último coeficiente, basta substituir a = - 0,2 em b = 1 - 5a.
$b = 1 - 5.(-0{,}2) \rightarrow b = 1 + 0{,}2 \rightarrow b = 1 + 1 \rightarrow b = 2$
Portanto, se o sarrafo está posicionado a uma distância horizontal de 4,9 metros do ponto de impulsão, teremos que sua altura máxima do atleta atingida nesse instante será:
$H(x) = -0{,}2.x^2 + 2x$
$H(4,9) = -0{,}2.4{,}9^2 + 2.4{,}9 \rightarrow H(4,9) = -0{,}2.\ 24{,}01 + 2.4{,}9 \rightarrow H(4,9) = -4{,}802 + 9{,}8 \rightarrow H(4,9) = 4{,}998$

Finalmente, vemos que 4,998metros é maior do que 4,9 metros.
Então a alternativa correta é E.

Questão 03

(ENEM) Em jogos de voleibol, um saque é invalidado se a bola atingir o teto do ginásio onde ocorre o jogo. Um jogador de uma equipe tem um saque que atinge uma grande altura. Seu recorde foi quando a batida do saque se iniciou a uma altura de 1,5 m do piso da quadra, e a trajetória da bola foi descrita pela parábola $y = -\frac{x^2}{6} - \frac{7x}{3} + 12$, em que y representa a altura da bola em relação ao eixo x (das abscissas) que está localizado a 1,5 m do piso da quadra, como representado na figura. Suponha que em todas as partidas algum saque desse jogador atinja a mesma altura do seu recorde.



A equipe desse jogador participou de um torneio de voleibol no qual jogou cinco partidas, cada uma delas em um ginásio diferente. As alturas dos tetos desses ginásios, em relação aos pisos das quadras, são:

- ginásio I: 17 m;
- ginásio II: 18 m;
- ginásio III: 19 m;
- ginásio IV: 21 m;
- ginásio V: 40 m.

O saque desse atleta foi invalidado:
A) apenas no ginásio I.
B) apenas nos ginásios I e II.
C) apenas nos ginásios I, II e III.
D) apenas nos ginásios I, II, III e IV.
E) em todos os ginásios.

Comentários:
A altura máxima atingida, representada por y_M, é adicionada a 1,5 m. Neste caso, temos o seguinte.

$$y = -\frac{x^2}{6} - \frac{7x}{3} + 12 \rightarrow y_M = y_v + 1{,}5 \rightarrow y_M = -\frac{\Delta}{4a} + 1{,}5 \rightarrow y_M = -\frac{b^2 - 4.a.c}{4a} + 1{,}5 \rightarrow$$

$$y_M = -\frac{\left(-\frac{7}{3}\right)^2 - 4.\left(-\frac{1}{6}\right).12}{4.\left(-\frac{1}{6}\right)} + 1{,}5 \rightarrow y_M = -\frac{\frac{49}{9} + 8}{-\frac{2}{3}} + 1{,}5 \rightarrow y_M = -\frac{\frac{49+72}{9}}{-\frac{2}{3}} + 1{,}5 \rightarrow y_M =$$

$$-\frac{\frac{121}{9}}{-\frac{2}{3}} + 1{,}5 \rightarrow y_M = -\frac{121}{9}.\left(-\frac{3}{2}\right) + 1{,}5 \rightarrow y_M = \frac{121}{6} + 1{,}5 \rightarrow y_M = \frac{121+9}{6} \rightarrow y_M = \frac{130}{6} \rightarrow$$

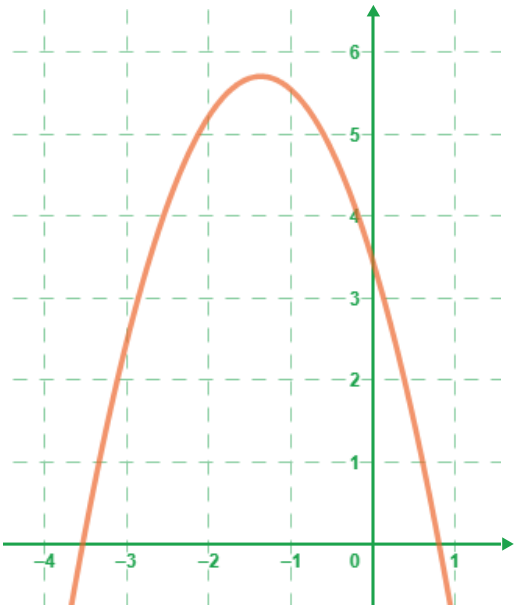
$y_M = 21{,}666...$

Como os ginásios I, II, III e IV têm uma altura menor que $y_M = 21{,}666...$, podemos concluir que o item correto é D.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

Baseado no gráfico abaixo, avalie as afirmativas que se seguem:



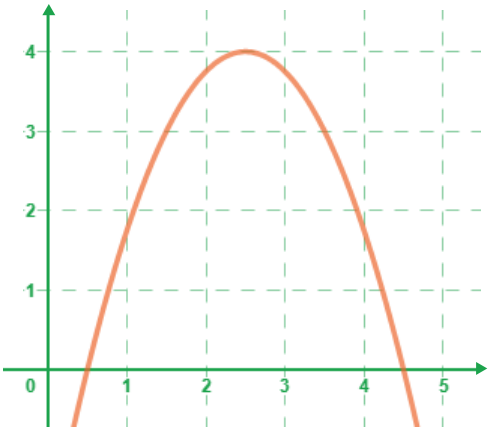
I. O y do vértice do gráfico da função encontra-se no intervalo [5, 6].
II. A função assume o máximo no intervalo [-2, -1].
III. Uma das raízes da função encontra-se no intervalo [-4, -3].
IV. Uma das raízes da função encontra-se no intervalo [0, 1].
V. [3, 4] é o intervalo onde a função assume o ponto máximo.

Sobre as afirmativas acima, podemos dizer que:

A) Apenas uma delas é verdadeira
B) Apenas duas delas são verdadeiras
C) Apenas três delas são verdadeiras
D) Apenas quatro delas são verdadeiras
E) Todas são verdadeiras

Questão 02

A função representada no gráfico abaixo assume seu máximo entre ____ e ____, além de ter seu vértice com altura em ____.

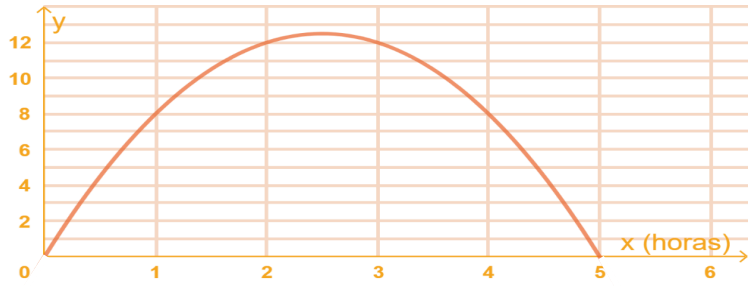


Assinale a alternativa que preenche as lacunas respectivamente de forma correta:

A) 1, 2, 3 B) 2, 3, 4 C) 0, 1, 4 D) 4, 3, 2 E) 4, 2, 3

Questão 03

Após várias experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias varia de acordo com a função $f(x) = -2x^2 + 10x$, em que x é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico. o gráfico apresenta a função do experimento com o antibiótico.

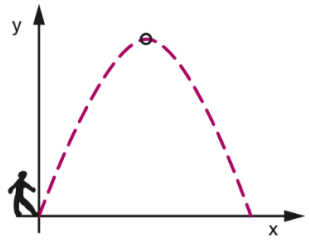


Qual é o intervalo de tempo em que o antibiótico atinge seu nível máximo de concentração?

A) Entre 0h e 1h B) Entre 2h e 3h C) Entre 3h e 4h D) Entre 12h e 13h

Questão 04

(UFAM) Um goleiro chuta uma bola cuja trajetória descreve a parábola $y = -4x^2 + 24x$, onde x e y são medidas em metros.



Nestas condições, a altura máxima, em metros, atingida pela bola é:

A) 36 B) 34 C) 30 D) 28 E) 24

Questão 05

(ENEM) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

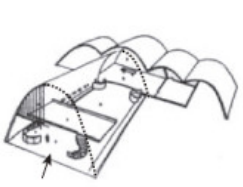


Figura 1

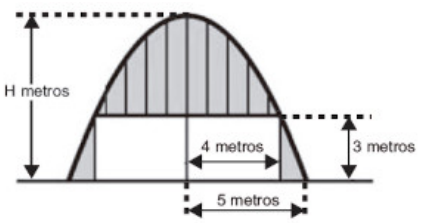


Figura 2

Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

A) $\frac{16}{3}$

B) $\frac{31}{5}$

C) $\frac{24}{4}$

D) $\frac{25}{3}$

E) $\frac{75}{2}$

✓ EU APRENDI...

Prezada/o estudante,

Esta autoavaliação permitirá que você avalie seu próprio aprendizado e identifique pontos que precisam ser aprimorados. Além disso, é uma oportunidade para que você expresse suas necessidades e preocupações em relação a habilidade que está sendo mobilizada.

Habilidades	Não, tenho dificuldades	Um pouco, ainda preciso de ajuda	Sim, consigo fazer sozinho
1. Sou capaz de **compreender** a noção de intervalo no eixo das abscissas			
2. Aprendi a **reconhecer** a concavidade da parábola dada a função quadrática			
3. Consigo **identificar** o ponto de máximo de uma função quadrática através da análise do gráfico			
4. Desenvolvi a habilidade para **determinar** o valor numérico do ponto máximo de uma função polinomial do 2º grau			

AULA 08	Transformando Dados em Pizza: Gráficos de Setores por Proporcionalidade

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Leia a seção **PONTO DE PARTIDA** para entender o que são gráficos de setores, como são usados e como são construídos e onde ela é usada no dia a dia.	☐
2º	No **EI, PSIU!**, leia o texto Gráfico de setores ou de pizza: como fazer e exemplos.	☐
3º	Leia as questões da seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões que exigirão que você saiba determinar os gráficos de setores que representam os dados de um texto.	☐
4º	Resolva as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
5º	Verifique se os links da seção **SAIBA MAIS** consegue tirar algumas das suas dúvidas.	☐
6º	Tire dúvidas com sua/seu professora/or.	

PONTO DE PARTIDA

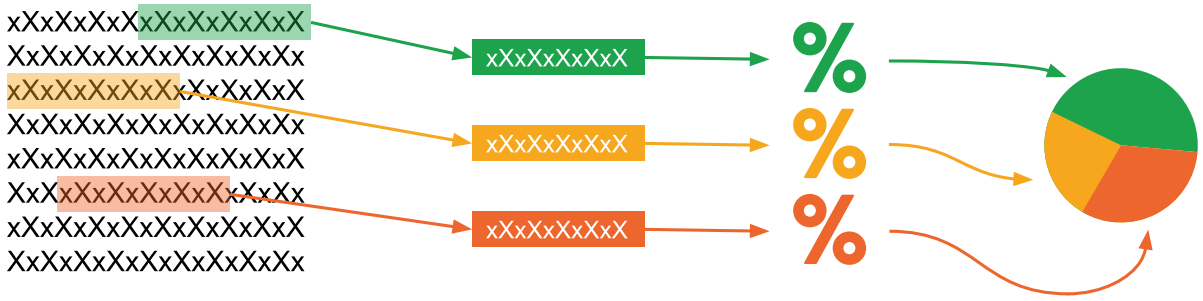
A interpretação de gráficos de setores é uma habilidade fundamental em diversos campos do conhecimento, desde a Matemática e Estatística até áreas como Economia, Ciências Sociais e Marketing. Esses gráficos são utilizados para representar visualmente a distribuição proporcional de dados em diferentes categorias ou grupos. São particularmente úteis quando queremos entender como uma quantidade total é dividida entre várias partes.

Os gráficos de setores, também conhecidos como gráficos circulares ou de pizza, são representações visuais que dividem um círculo em fatias (setores) proporcionais aos valores que estão sendo representados. Cada fatia do gráfico corresponde a uma categoria específica e sua área é proporcional à quantidade que essa categoria representa em relação ao total.

Os gráficos de setores são importantes porque oferecem uma maneira intuitiva de visualizar e comparar partes de um todo. Permitem identificar facilmente quais categorias são maiores ou menores em relação às outras, proporcionando insights rápidos sobre padrões, tendências e distribuições nos dados apresentados.

Esses gráficos são amplamente utilizados em relatórios de pesquisa, apresentações de dados, planejamento estratégico, análise de mercado, entre outros contextos. Por exemplo, em estudos demográficos, podem representar a distribuição populacional por faixa etária ou gênero. No campo empresarial, são utilizados para mostrar a participação de mercado de diferentes produtos ou serviços.

Como construir?



Para construir um gráfico de setores, é necessário:

1. Determinar os valores absolutos de cada categoria.
2. Calcular a proporção (ou percentual) que cada categoria representa em relação ao total.
3. Converter cada porcentagem em setor, obedecendo a característica essencial de somatório de todas as partes do gráfico. Ou seja, resultar no total de 100% (em porcentagem) e 360° (em graus).

EI, PSIU!

Dominar a interpretação de gráficos de setores é essencial para qualquer pessoa que trabalhe com análise de dados ou precise comunicar informações de maneira clara e eficaz. É uma habilidade que não apenas facilita a compreensão de dados complexos, mas também ajuda na tomada de decisões informadas em diversos aspectos da vida pessoal e profissional.

Portanto, ao desenvolver essa habilidade, você estará capacitado não apenas a criar gráficos visualmente atraentes, mas também a extrair insights valiosos que podem impulsionar o entendimento e o sucesso em suas análises.

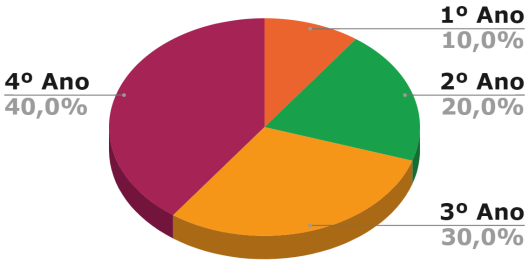
Agora que você entendeu a importância desse tipo de gráfico e como proceder para construir um, leio o texto **Gráfico de setores ou de pizza: como fazer e exemplos** disponível em em https://www.todamateria.com.br/grafico-de-setores/ .

PARA COMPREENDER

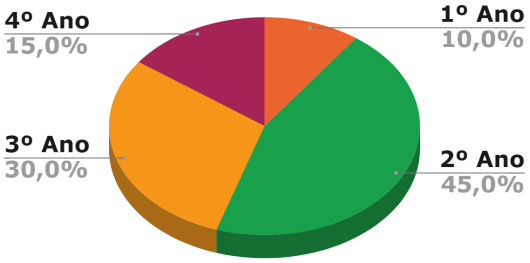
Questão 01

Uma pesquisa revelou a seguinte distribuição de alunos em uma escola que jogam videogames diariamente: 60 alunos no 1º ano, 45 alunos no 2º ano, 30 alunos no 3º ano e 15 alunos no 4º ano. Qual gráfico de setores melhor representa essa distribuição?

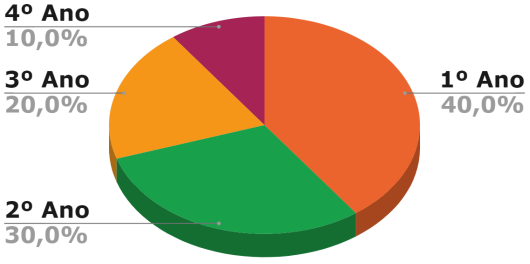
A)



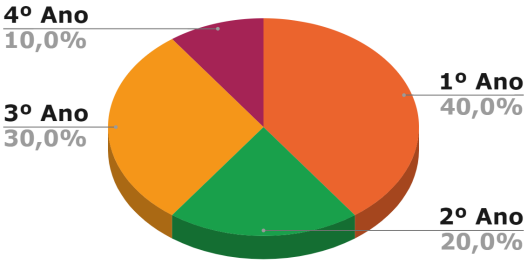
B)



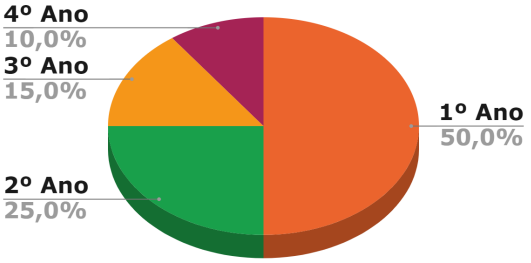
C)



D)



E)



Comentários: Para resolver a questão, precisamos inicialmente calcular a quantidade total de alunos.

Quantidade total de alunos: 60 + 45 + 30 + 15 = 150 alunos

1º ano | 2º ano | 3º ano | 4º ano

Sabendo a quantidade total de alunos, que corresponde a 100%, precisamos encontrar agora

a porcentagem proporcional de cada série. Uma das maneiras é, ao perceber que 15 estudantes representa o percentual x dos que jogam videogame diariamente. Usando raciocínio semelhante, temos que: 30 estudantes representa $2x$, 45 estudantes $3x$ e 60 estudantes representa $4x$.

Ao somarmos os 4 percentuais, encontramos o total de 100%. Com isso, temos:

$$x + 2x + 3x + 4x = 100\%$$
$$10x = 100\%$$
$$x = \frac{100\%}{10}$$
$$x = 10\%$$

Assim, concluímos que 60 alunos do 1º ano equivalem a **40%** dos 150 alunos.

Tente fazer o mesmo para os alunos do 2º, 3º e 4º ano e verifique se você encontrou as seguintes respostas:

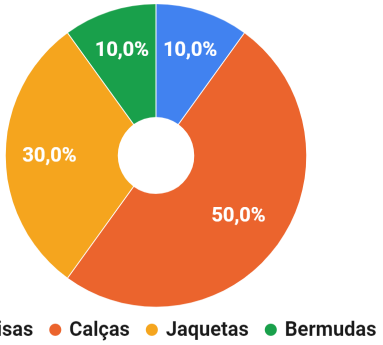
1º ano = 40% **2º ano = 30%** **3º ano = 20%** **4º ano = 10%**

O gráfico que representa essas porcentagens é o apresentado na alternativa C.

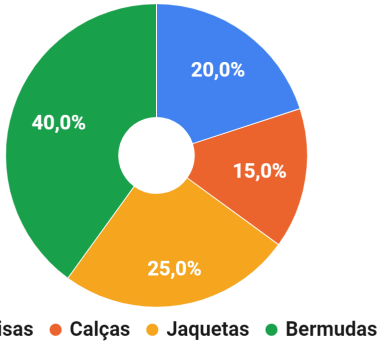
Questão 02

Uma fábrica produziu, em um mês, 80 camisas, 50 calças, 30 jaquetas, e 40 bermudas. Qual gráfico de setores melhor representa essa distribuição?

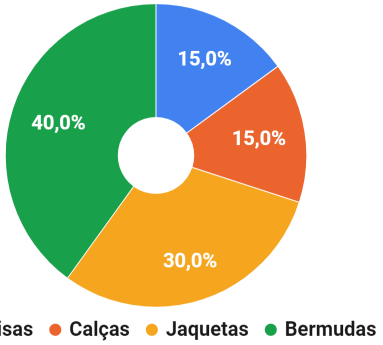
A)



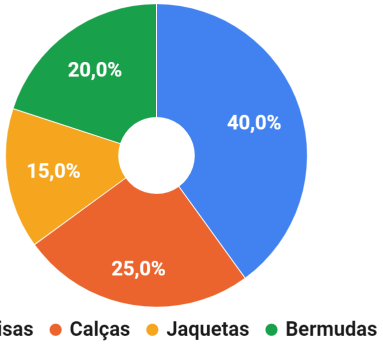
C)



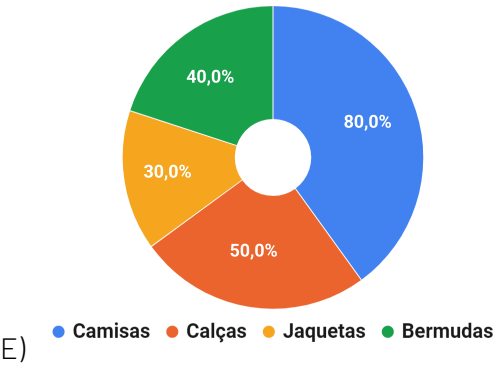
B)



D)



E)



Comentários: Para resolver a questão, precisamos inicialmente calcular a quantidade total de itens produzidos pela fábrica no período de 1 mês. Em seguida, calcular a porcentagem que cada um deles representa. Faremos de uma forma diferente da questão anterior, dividindo a quantidade de cada item pelo total fabricado e multiplicando por 100%.

Calcule a quantidade total de itens, somando-os.	$80 + 50 + 30 + 40 = 200$
Divida a quantidade de camisas pela quantidade total de itens e multiplique o resultado por 100%, para obter a porcentagem.	Quantidade camisas fabricadas → $\frac{80}{200} \cdot 100\%$ Quantidade total de itens fabricados →
Realize a divisão. Certifique-se de que há pelo menos duas casas decimais na sua resposta.	$0,4 \cdot 100\%$
O resultado é a forma decimal da porcentagem. Multiplique por 100% se você tiver dificuldade de fazer a associação	$0,40 \cdot 100\% = 40\%$

Assim, 80 camisas equivalem a **40%** dos 200 itens fabricados pela fábrica em um mês. Fazendo o mesmo para os demais itens, temos:

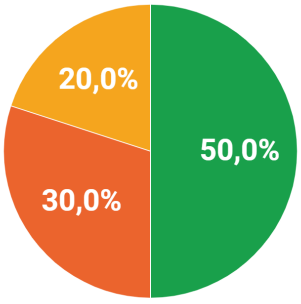
Calculando a porcentagem das calças	$\frac{50}{200} \cdot 100\% = 0,25 \cdot 100\% = 25\%$
Calculando a porcentagem das jaquetas	$\frac{30}{200} \cdot 100\% = 0,15 \cdot 100\% = 15\%$
Calculando a porcentagem das bermudas	$\frac{40}{200} \cdot 100\% = 0,20 \cdot 100\% = 20\%$

O gráfico que representa essas porcentagens é o apresentado na alternativa D.

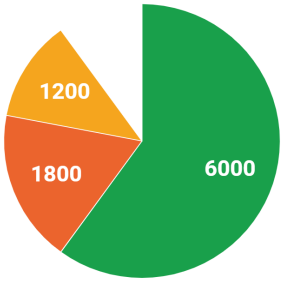
Questão 03

Em uma corrida, o prêmio total em dinheiro de R$ 6.000,00 foi dividido entre os três primeiros colocados. O primeiro colocado recebeu R$ 3.000,00, o segundo colocado, R$ 1.800,00 e o terceiro colocado levou o resto. Com base nesses valores, qual gráfico de setores melhor representa essa distribuição de prêmios?

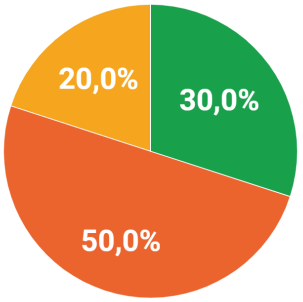
A)



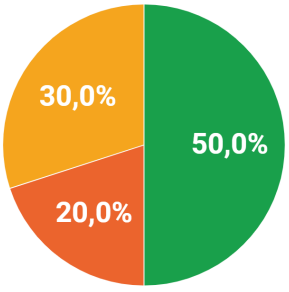
B)



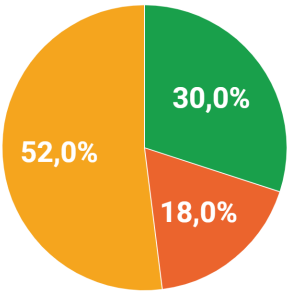
C)



D)



E)



Considere:
- 1° colocado
- 2° colocado
- 3° colocado

Comentários: Para resolver a questão, já sabendo que o total é R$ 6.000,00, precisamos calcular a porcentagem que cada valor recebido por um atleta representa. Faremos de uma forma semelhante da questão anterior, dividindo a quantidade de cada item pelo total fabricado e multiplicando por 100%.

Divida o valor que o 1º lugar recebeu pelo valor total e multiplique por 100%.	$\frac{3000}{6000} \cdot 100\% = 0,50 \cdot 100\% = 50\%$
Divida o valor que o 2º lugar recebeu pelo valor total e multiplique por 100%.	$\frac{1800}{6000} \cdot 100\% = 0,30 \cdot 100\% = 30\%$
Calcule o valor recebido pelo 3º colocado, subtraindo do prêmio total, que foi R$ 6.000, os R$ 3000 do 1º colocado e os R$ 1800 do 2º.	$6000 - 3000 - 1800 = 1200$
Sabendo desse valor, faça a razão entre o valor que o 3º lugar recebeu e o valor total e, em seguida, multiplique por 100%.	$\frac{1200}{6000} \cdot 100\% = 0,20 \cdot 100\% = 20\%$

O gráfico da alternativa A é o que representa corretamente essas porcentagens.

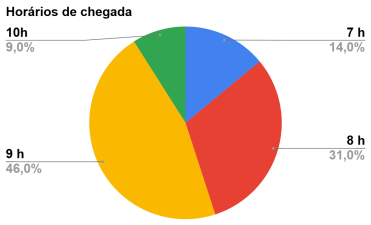
APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

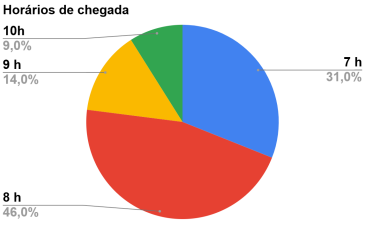
(PAEBES- Adaptada). Foi feita uma pesquisa em uma determinada empresa para encontrar um horário alternativo para a entrada dos 200 funcionários. Cada um escolheu o horário que era mais conveniente para iniciar o trabalho e foi obtido o seguinte resultado:

Horários de chegada	Quantidade de funcionários
7h	62
8h	28
9h	92
10h	18

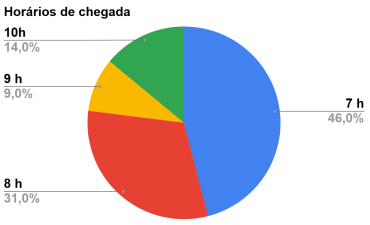
A)



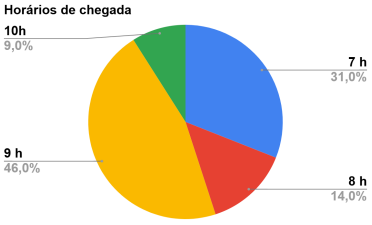
B)



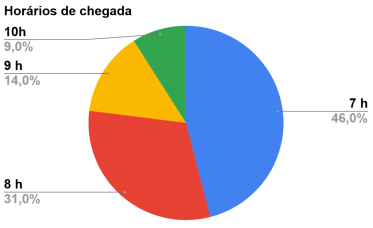
C)



D)



E)

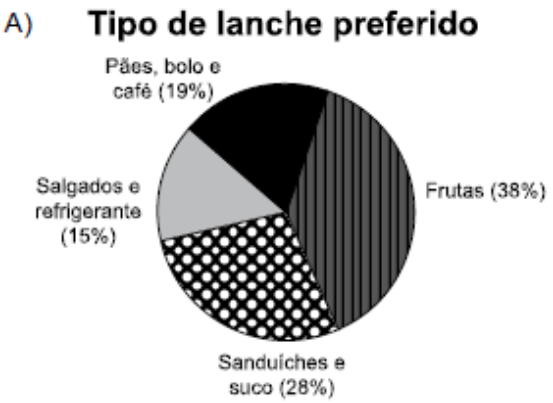


Questão 02

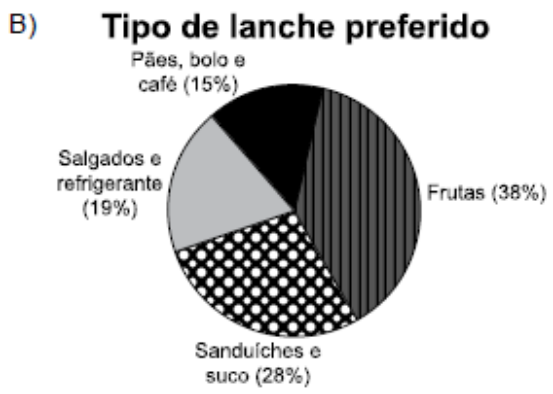
(SEAPE - ADAPTADA). Uma empresa realizou uma pesquisa entre seus 500 funcionários sobre seu lanche preferido. Cada funcionário podia escolher apenas um tipo de lanche. Veja o resultado dessa pesquisa no quadro abaixo. O gráfico que representa corretamente esse quadro é

Tipo de lanche	Quantidade de funcionários
Frutas	190
Sanduíche e suco	140
Salgado e refrigerante	95
Pães, bolo e café	75

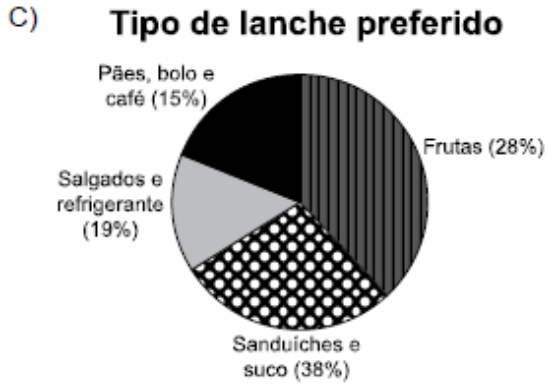
A)



B)



C)



D)

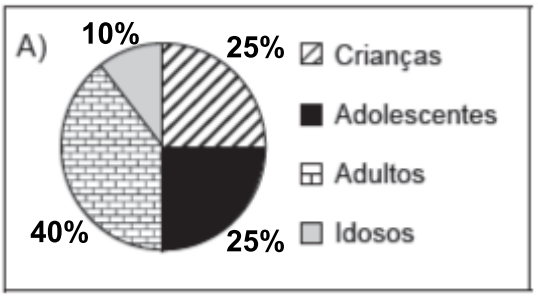


Questão 03

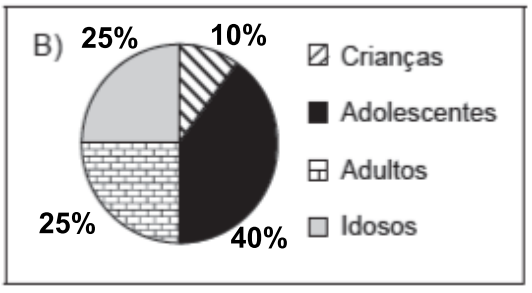
(Supletivo 2011- Adaptada). Um levantamento feito em uma cidade de 10 mil habitantes revelou que 2,5 mil eram crianças, 2,5 mil eram adolescentes, 4 mil eram adultos, e o restante da população era formada por idosos.

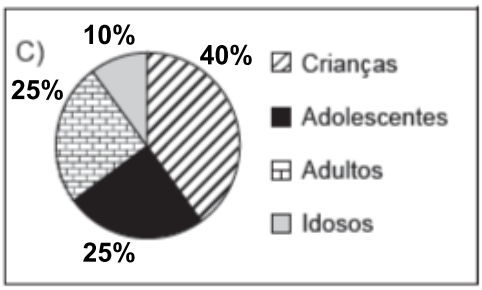
O gráfico, abaixo, que representa o resultado desse levantamento, em porcentagem é :

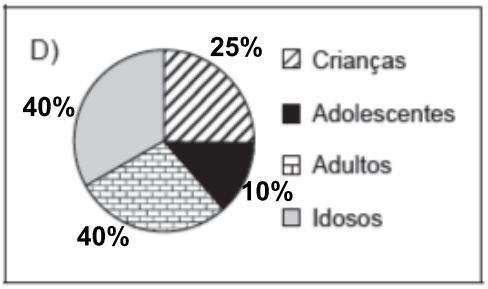
A)



B)



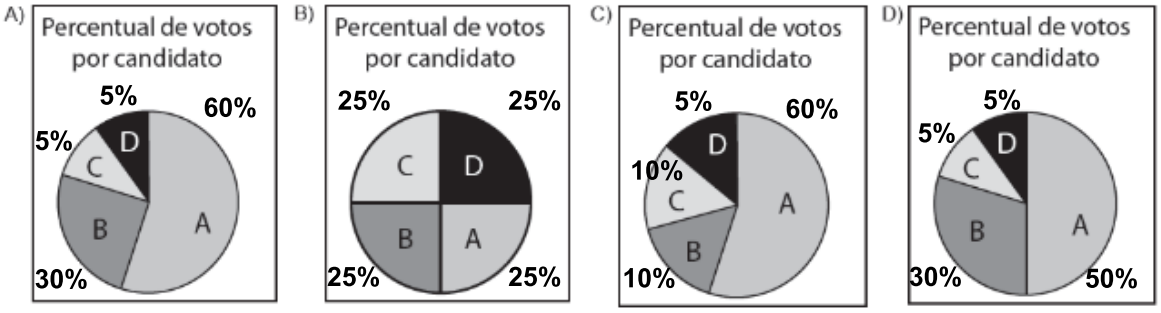




Questão 04

(Supletivo 2010 - ADAPTADA). O quadro, abaixo, mostra a quantidade de votos válidos obtidos por quatro candidatos a prefeitos de uma cidade do interior do Ceará.

Candidatos	Votos
A	6.300
B	3.150
C	525
D	525

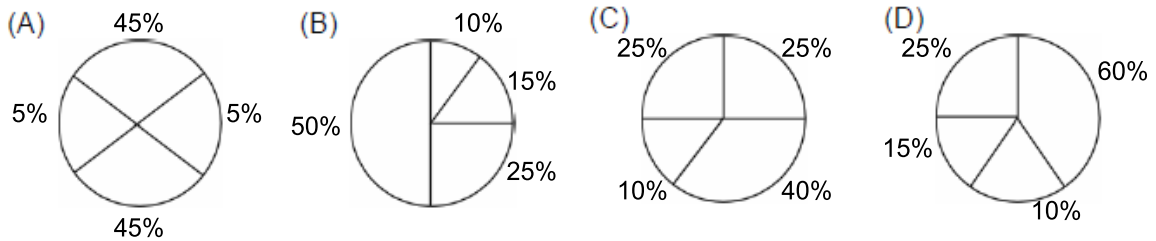


Questão 05

(Saresp 2005 - ADAPTADA). Uma pesquisa foi respondida por 200 pessoas, que indicaram o local que mais frequentam nos finais de semana. A distribuição das respostas está registrada na tabela seguinte:

	Shopping	Clube	Restaurante	Praia
Número de respostas	100	50	30	20

O gráfico de setores que representa o resultado dessa pesquisa pode ser:



SAIBA MAIS

1. **Resumo de gráfico de setores**
   https://www.teachy.com.br/resumos/ensino-fundamental/7ano/matematica/resumo-de-conteudo-graficos-de-setores-Expositiva

2. **Construção de gráfico de setores**
   https://www.youtube.com/watch?v=Qw4tDMfwthM

3. **Gráfico de setores ou de pizza: Matemática Estatística**
   https://www.youtube.com/watch?v=loKgDVm7xGc

4. **Leitura de gráficos de pizza (gráficos circulares)**
   https://pt.khanacademy.org/math/pt-7-ano/probabilidade-e-estatistica-7ano/x6a2222f1cf6da07e:graficos-de-setores/v/reading-pie-graphs-circle-graphs

5. **Analisar dados apresentados em gráficos de setores**
   https://pt.khanacademy.org/math/pma-pr-resolucao-problemas-n2/x7104d146bf24fa30:unidade-3-2024/x7104d146bf24fa30:aula-14-pesquisa-estatistica/e/analisar-dados-apresentados-em-grafico-de-setores

AULA 09	Desvendando os Ângulos: Gráficos de Setores sem Percentuais Explícitos

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Leia a seção **PONTO DE PARTIDA** para ver como determinar gráficos de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente mas não apresentam os valores relativos, em porcentagem.	☐
2º	No **EI, PSIU!**, leia o texto Gráficos de Setores do site Mundo Educação.	☐
3º	Leia as questões da seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões que exigirão que você saiba determinar os gráficos de setores que representam os dados de um texto.	☐
4º	Resolva as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
5º	Responda sua autoavaliação em **EU APRENDI...**	☐

PONTO DE PARTIDA

Vimos na aula anterior que, para determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente, precisamos transformar esses dados em porcentagens que comporão o gráfico de setores.

Para isso, dividimos o valor do setor pelo total e, em seguida, multiplicamos por 100%, para transformar em porcentagem. Lembra?

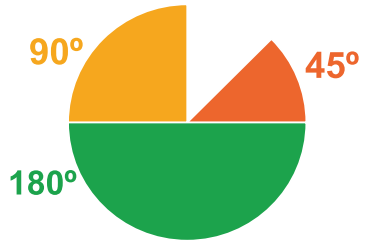
Mas e quando o gráfico não apresenta as porcentagens?

Para determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representa uma situação com dados fornecidos textualmente, especialmente quando os setores do gráfico não são identificados com a porcentagem correspondente, podemos utilizar ângulos. Aqui está o passo a passo para essa tarefa:

1. Determinar os valores absolutos de cada categoria.
2. Calcular a proporção (em ângulos) que cada categoria representa em relação ao total.
3. Converter cada ângulo em setor, utilizando regra de três ou proporção para distribuir os 360° do círculo.

Transformando em porcentagem	Transformando em ângulo do setor
$\frac{valor\ da\ categoria}{total\ dos\ valores} \cdot 100\%$	$\frac{valor\ da\ categoria}{total\ dos\ valores} \cdot 360°$

A habilidade de interpretar gráficos de setores é essencial para analisar dados de maneira visual e eficaz. Um gráfico de setores divide um círculo em fatias, onde cada fatia representa uma parte proporcional dos dados. Para ler esses gráficos corretamente, é fundamental reconhecer alguns ângulos chave, como 45°, 90° e 180°, e suas combinações.



45 graus: Este ângulo representa 1/8 de um círculo completo (360°). Ele é útil para identificar setores pequenos.

90 graus: Representando 1/4 do círculo, este ângulo é frequentemente usado para setores que constituem uma parte significativa dos dados.

180 graus: Este ângulo forma uma linha reta e representa a metade do círculo, sendo fácil de identificar e crucial para visualizar grandes proporções.

Reconhecer esses ângulos e suas combinações ajuda a interpretar rapidamente as proporções representadas nos gráficos de setores. Por exemplo, dois setores de 45° juntos formam um setor de 90°, dois setores de 90° formam um setor de 180°, e um setor de 90° com um de 45° formam 135°. Dominar essa habilidade permite uma leitura mais precisa e eficiente dos dados apresentados visualmente, mesmo que usando aproximações visuais.

EI, PSIU!

Agora que você já tem tudo que precisa para saber determinar o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente, leia o artigo e assista ao vídeo no final da página Gráficos de Setores do site Mundo Educação disponível em https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/graficos-setores.htm .

PARA COMPREENDER

Questão 01

Para fazer um gráfico de setores que representasse o número de alunos canhotos, destros e ambidestros na sala de aula, Arnaldo coletou os dados indicados na tabela abaixo.



	Nº de alunos da sala de aula
Destros (D)	35
Canhotos (C)	3
Ambidestros (AD)	2

Sabendo-se que um círculo pode ser dividido em 360°, quantos graus tem o setor circular correspondente aos canhotos no gráfico correto feito por Arnaldo?

A) 19° B) 23° C) 27° D) 3° E) 35°

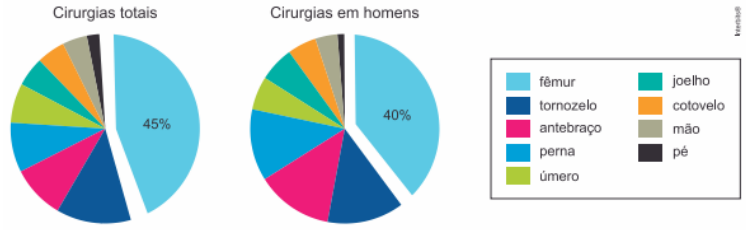
Comentários: Para determinar a medida em graus do setor circular referente aos canhotos faremos o seguinte:

$$\frac{números\ de\ alunos\ canhotos}{total\ de\ alunos\ na\ sala\ de\ aula} \cdot 360° = \frac{3}{35+3+2}.360° = \frac{3}{40}.360° = 27°$$

Então, concluímos que o item correto é C.

Questão 02

(UERJ) No mapa mensal de um hospital, foi registrado o total de 800 cirurgias ortopédicas, sendo 440 em homens, conforme os gráficos abaixo (dados: 45% e 40% representam, respectivamente, 162° e 144° no círculo):



De acordo com esses dados, o número total de cirurgias de fêmur realizadas em mulheres foi:

A) 144 B) 162 C) 184 D) 190

Comentários: Utilizaremos os conceitos abordados neste capítulo para encontrarmos a solução.
Inicialmente faremos a razão entre a medida do setor circular e a medida total do círculo. A partir daí, faz-se o produto com o total de cirurgias de cada gráfico circular.

Então, organizando as informações, teremos:
➡️ 45%(162°) de **cirurgias de fêmur**
$\frac{162°}{360°} . 800$ = 360 cirurgias
➡️ 40%(144°) de **cirurgias de fêmur em homens**
$\frac{144°}{360°} . 440$ = 176 cirurgias

Sabendo que o total de cirurgias de fêmur é 360 e, deste total, tem-se que 176 ocorreram em homens, basta efetuar a diferença entre os valores e encontraremos o total de cirurgias de fêmur em mulheres.

360 - 176 = 184 cirurgias Sendo assim, temos C como o item correto.

Obs.: Recomendamos que, para aprofundar o desenvolvimento da aprendizagem, o estudante solucione esta questão utilizando os conceitos apresentados no capítulo anterior.

Questão 03

No primeiro semestre de 2016, os 720 alunos de uma determinada escola técnica possuíam as seguintes idades:

Idade (em anos)	Número de estudantes
18	100
19	180
20	200
21	160
22	80

Se apresentarmos os dados em um gráfico de setores, o setor que representa o número de alunos com idade de 19 anos deverá ter:

A) 90° B) 60° C) 45° D) 30°

Comentários: De forma semelhante ao primeiro exemplo, faremos:

$$\frac{números\ de\ alunos\ com\ 19\ anos\ de\ idade}{total\ de\ alunos\ na\ escola} \cdot 360° = \frac{180}{720} \cdot 360° = 90°$$

Logo, tem-se **A** como o item a ser assinalado.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

(VUNESP) Observe o gráfico a seguir para responder à questão.



Construindo um gráfico de setores com os dados sobre o número de assaltos em 2014 e 2015, obtém-se um gráfico parecido com:

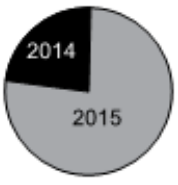
A)



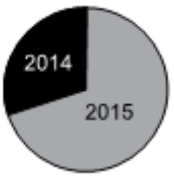
B)



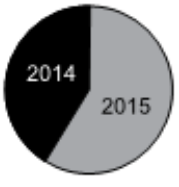
C)



D)



E)



Questão 02

(VUNESP) Leia as informações a seguir para responder a questão.

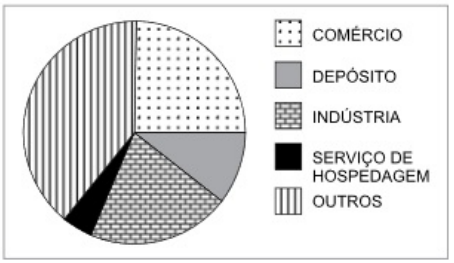
O Instituto Sprinkler Brasil (ISB) monitora notícias sobre os chamados "incêndios estruturais" no Brasil. Estima-se, contudo, que os números apurados representem em torno de 3% da quantidade real. (http://www.sprinklerbrasil.org.br. Adaptado)

A tabela a seguir apresenta as ocorrências de incêndios estruturais, exceto residencial, notificados em 2017, por tipo de ocupação:

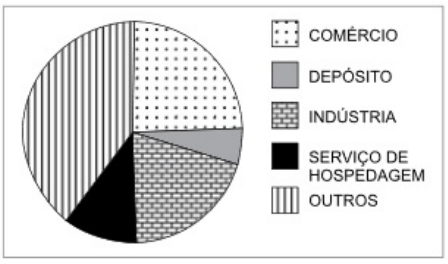
Tipo de Ocupação	Número de ocorrências
Comércio	286
Depósito	77
Indústria	153
Serviço de Hospedagem	27
Outros	181
Total	**724**

O gráfico de setores que representa adequadamente os dados presentes na tabela está indicado em:

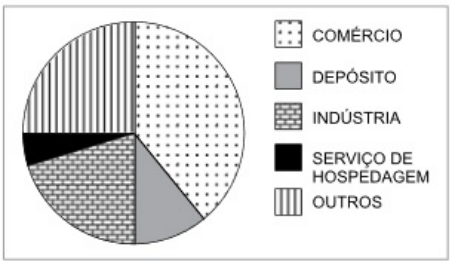
A)



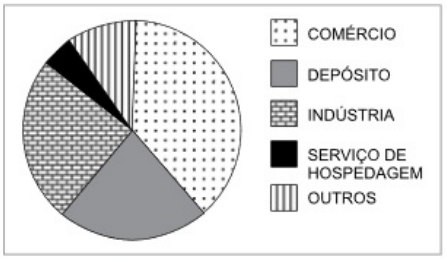
B)



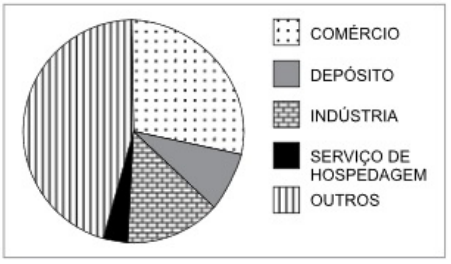
C)



D)



E)

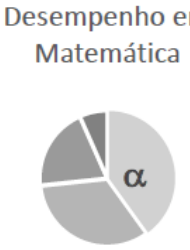


Questão 03

(Prefeitura de Bauru) Edna deve construir manualmente um gráfico de setores para representar o desempenho de seus alunos na disciplina Matemática e para isso vai trabalhar com os resultados resumidos na tabela a seguir:

Conceito	Quantidade de alunos com o conceito
A - Ótimo	12
B - Bom	10
C - Regular	6
D - Ruim	2

No gráfico de setores que Edna vai desenhar, o ângulo α que determina o setor que vai representar os alunos com conceito *Ótimo* deve medir:



A) 150 graus B) 144 graus C) 135 graus D) 120 graus E) 360 graus

Questão 04

(VUNESP) Em uma pesquisa realizada, 450 pessoas responderam "sim" à pergunta feita, 320 responderam "não", e 40 pessoas não responderam à pergunta. Na construção de um gráfico de setor (também conhecido como gráfico de pizza) para representar os dados obtidos nessa pergunta, o setor circular correspondente às respostas "sim" deverá ter ângulo medindo

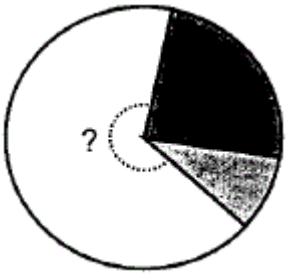
A) 170° B) 180° C) 190° D) 200° E) 210°

Questão 05

(CETAP) Os dados da tabela a seguir se referem a uma pesquisa de opinião feita durante a campanha política de 2018. Com a seguinte pergunta: Você apoia o candidato X?

Respostas	Nº de pessoas
Sim	600
Não	200
Não sabe	100

Para representar a pesquisa em um gráfico de setores como o da figura a seguir, o ângulo que representa os que responderam "sim", será de quantos graus?



A) 270° B) 260° C) 240° D) 250° E) 360°

✓ EU APRENDI...

Prezada/o estudante,

Esta autoavaliação permitirá que você avalie seu próprio aprendizado e identifique pontos que precisam ser aprimorados. Além disso, é uma oportunidade para que você expresse suas necessidades e preocupações em relação a habilidade que está sendo mobilizada.

Habilidades	Não, tenho dificuldades	Um pouco, ainda preciso de ajuda	Sim, consigo fazer sozinho
1. Sou capaz de **interpretar** dados estatísticos através de gráficos de setores.			
2. Consigo **compreender** a importância da representação gráfica em setores circulares.			
3. Desenvolvi a habilidade de **elaborar** gráficos de setores com o suporte de dados fornecidos textualmente.			
4. Tenho capacidade de **determinar** os setores na forma percentual e angular.			

AULA 10 | Desafios Reunidos: Fortalecendo Habilidades com a Resolução de Questões

Prezada/o estudante,

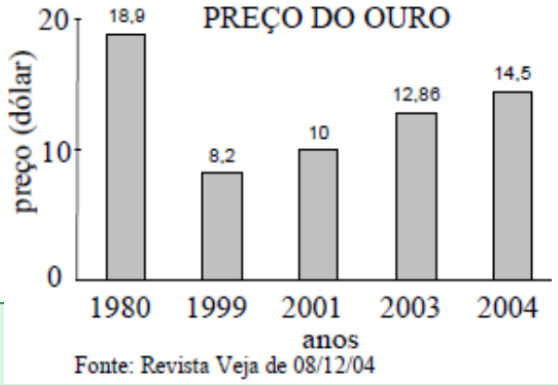
O objetivo desta aula é **fortalecer o desenvolvimento das habilidades mobilizadas nas aulas passadas por meio da resolução de questões**. Desta maneira, para alcançarmos este objetivo, disponibilizamos a seguir, uma questão sobre cada uma das seguintes habilidades:

Associar uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas

Questão 01

Uma das possíveis análises do gráfico permite concluir, corretamente, que houve desvalorização do ouro ao comparar os dados relativos aos anos de:

A) 1980 e 1999
B) 1999 e 2001
C) 2001 e 2003
D) 2003 e 2004

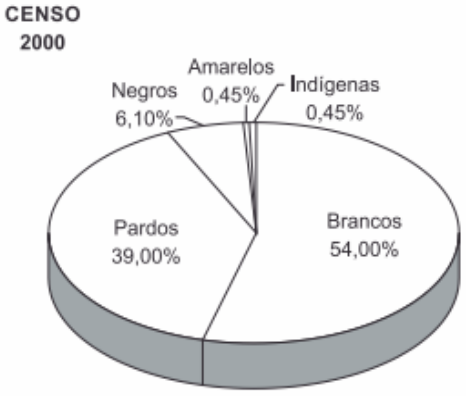


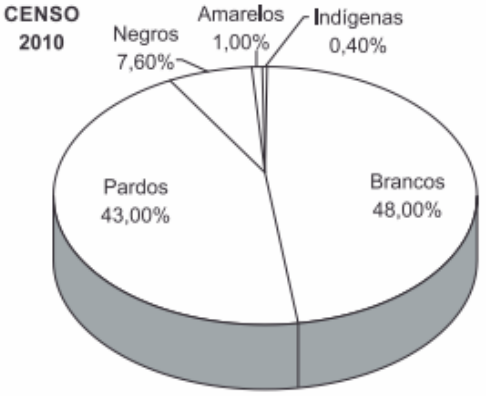
Fonte: Revista Veja de 08/12/04

Associar um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente ou em uma tabela.

Questão 02

(Acafe 2015) Segundo o IBGE, o Censo Demográfico de 2000 apontou que o Brasil possuía uma população de 170 milhões de habitantes e que, em 2010, esse número saltou para 190 milhões de habitantes. No gráfico a seguir temos a representação dos resultados dos censos de 2000 e 2010, classificados quanto à cor: brancos, pardos, negros, amarelos e indígenas.





Analise as afirmações a seguir e marque com V as verdadeiras e com F as falsas.

( ) A taxa percentual de decrescimento na cor branca e a taxa percentual de crescimento na cor parda, no período 2000 / 2010, foi de 12,5% e 9,4%, respectivamente.

( ) Entre os pardos e negros, quem sofreu uma maior variação de taxa percentual no período 2000 / 2010 foi a cor negra.

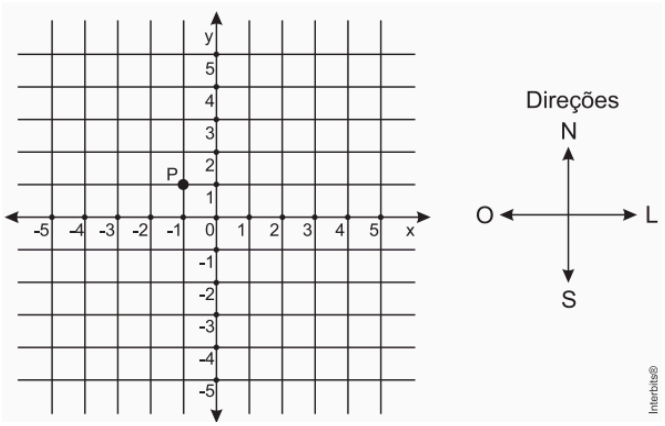
( ) Entre 2000 / 2010 o Brasil registrou um crescimento médio anual de 1,17%.

( ) A diferença entre a população indígena no período 2000 / 2010 é de 50.000 habitantes.

A sequência correta, de cima para baixo, é:
A) F - V - F - F
B) F - V - V – F
C) V - F - F - V
D) V - V - V - V

Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizado no primeiro quadrante.

Questão 03
(ENEM) Alunos de um curso de engenharia desenvolveram um robô "anfíbio" que executa saltos somente nas direções norte, sul, leste e oeste. Um dos alunos representou a posição inicial desse robô, no plano cartesiano, pela letra P, na ilustração.



A direção norte-sul é a mesma do eixo y, sendo que o sentido norte é o sentido de crescimento de y, e a direção leste-oeste é a mesma do eixo x, sendo que o sentido leste é o sentido de crescimento de x. Em seguida, esse aluno deu os seguintes comandos de movimentação para o robô: 4 norte, 2 leste e 3 sul, nos quais os coeficientes numéricos representam o número de saltos do robô nas direções correspondentes, e cada salto corresponde a uma unidade do plano cartesiano. Depois de realizar os comandos dados pelo aluno, a posição do robô, no plano cartesiano, será:

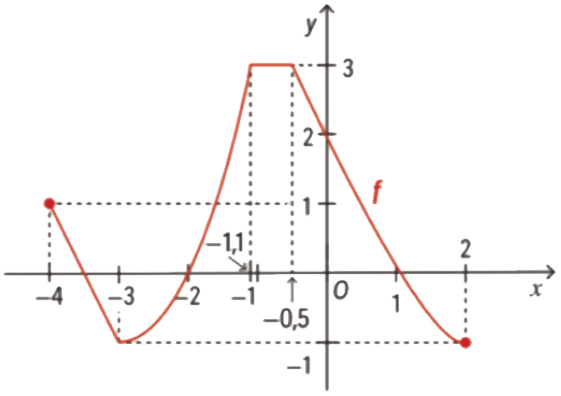
A)(0, 2). B)(0, 3). C)(1, 2). D)(1, 4). E)(2, 1).

Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente.

Questão 04
Na figura está representada graficamente uma função f, cujo domínio é o intervalo [-4, 2] e contradomínio [-1, 3].

Quantas raízes podemos identificar graficamente nessa função?

A) 0. B) 1. C) 2. D) 3. E) 4.



Determinar o valor de uma função afim, dada sua lei de formação.

Questão 05

Numa serigrafia, o preço y de cada camiseta relaciona-se com a quantidade x de camisetas encomendadas, através da fórmula $y = 0{,}4x + 60$. Se foram encomendadas 50 camisetas, qual é o custo de cada camiseta?

A) R$ 40,00 B) R$ 50,00 C) R$ 70,00 D) R$ 80,00

Determinar resultados utilizando o conceito de progressão aritmética.

Questão 06

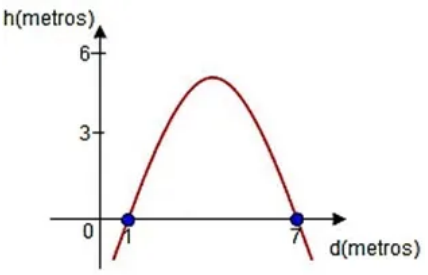
Na P.A decrescente (18, 15, 12, 9, . . .), o termo igual a –51 ocupa a posição:

A) 30 B) 26 C) 24 D) 18

Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.

Questão 07

No gol feito por Neymar no jogo do Brasil contra a Croácia na Copa do Mundo 2022, a bola descreveu uma trajetória parabólica representada pela curva a seguir:



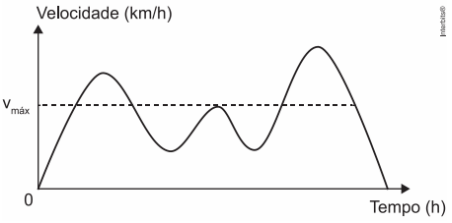
De acordo com o gráfico, a altura máxima atingida pela bola foi de aproximadamente:

A) 4 metros. B) 5 metros. C) 6 metros. D) 7 metros.

Reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo.

Questão 08

(ENEM) Para garantir segurança ao dirigir, alguns motoristas instalam dispositivos em seus carros que alertam quando uma certa velocidade máxima máx (v), pré-programada pelo usuário de acordo com a velocidade máxima da via de tráfego, é ultrapassada. O gráfico exibido pelo dispositivo no painel do carro após o final de uma viagem fornece a velocidade (km h) do carro em função do tempo (h).



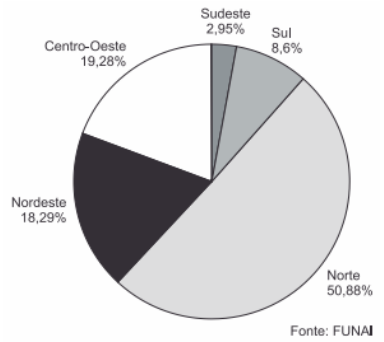
De acordo com o gráfico, quantas vezes o dispositivo alertou o motorista no percurso da viagem?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representa uma situação com dados fornecidos textualmente.

Questão 09

(Espm 2018) Por volta de 2010, a distribuição da população indígena por região do Brasil era representada pelo gráfico abaixo:



Considerando-se que a população indígena total estimada para aquela época era de 325.200, podemos concluir que, na região Sul, o número de indígenas era de aproximadamente:

A) 32.643 B) 27.967 C) 19.436 D) 36.278 E) 22.308

AULA 11 Avaliação Bimestral: Um Retrato do Desenvolvimento das Habilidades

Prezada/o estudante,

Nesta aula, a/o sua/seu professora/or irá aplicar uma avaliação, composta de 10 itens. Essa avaliação tem o objetivo de acompanhar o desenvolvimento de habilidades essenciais em seu percurso educacional. As nove habilidades que serão avaliadas são:

a) **Associar** uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas
b) **Associar** um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente ou em uma tabela.
c) **Reconhecer** as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizado no primeiro quadrante.
d) **Reconhecer** os zeros de uma função dada graficamente.
e) **Determinar** o valor de uma função afim, dada sua lei de formação.
f) **Determinar** resultados utilizando o conceito de progressão aritmética.
g) **Reconhecer** o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.
h) **Reconhecer**, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo
i) **Determinar**, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente.

Salientamos a importância do seu compromisso com esta avaliação. A capacidade de dominar essas habilidades é essencial não apenas para o sucesso acadêmico, mas também para o desenvolvimento de competências que serão úteis ao longo de suas vidas. Elas são relevantes em muitos aspectos da vida cotidiana, desde a tomada de decisões informadas até a resolução de problemas práticos.

Portanto, incentivamos você a se preparar adequadamente para a avaliação, buscando compreender e praticar as habilidades mencionadas. Além disso, lembre-se de que sua/seu professora/or está disponível para ajudá-los a esclarecer dúvidas e aprofundar seu conhecimento.

Agradecemos pelo seu compromisso e dedicação e desejamos um excelente desempenho nesta avaliação. Lembrem-se de que o aprendizado é uma jornada contínua, e estamos aqui para apoiá-los nesse caminho. Boa avaliação!

AULA 12	Discutindo e Fortalecendo Habilidades

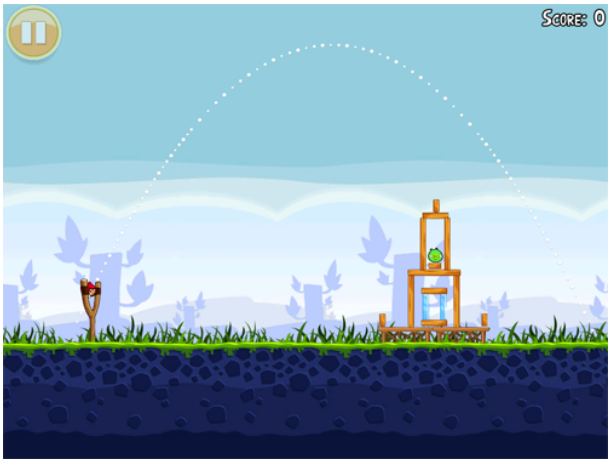
Prezada/o estudante,

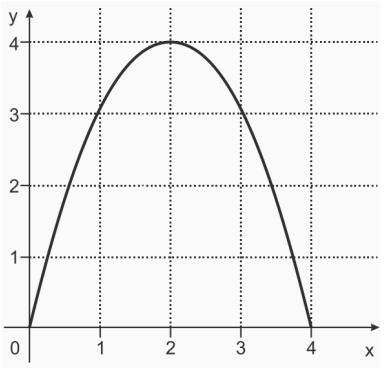
Nesta aula, a/o sua/seu professora/or irá discutir, com toda a turma, a avaliação que foi aplicada na aula passada. Para além da resolução dessas questões, ela/e solicitará que você, juntamente com suas/seus colegas de classe, resolva as seguintes questões:

Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.

Questão 01

(G1 - cps 2017) Em um famoso jogo eletrônico de arremessar pássaros, a trajetória do lançamento corresponde a parte de uma parábola, como a da figura:





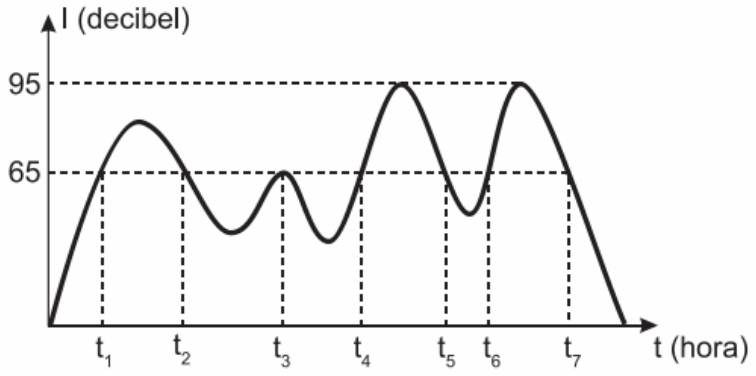
Considere que um jogador fez um lançamento de um pássaro virtual cuja trajetória pode ser descrita pela função $h(x) = -x^2 + 4x$, com x variando entre 0 e 4.
O gráfico mostra essa trajetória. O ponto de lançamento do pássaro coincide com a origem do plano cartesiano.

Analisando o gráfico, é correto afirmar que o pássaro começa a:
A) cair a partir do ponto (2, 4).
B) cair a partir do ponto (4, 2).
C) subir a partir do ponto (2, 4).
D) subir a partir do ponto (4, 2).
E) subir a partir do ponto (3, 3).

Reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo

Questão 02

(ENEM) De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), o limite de ruído suportável para o ouvido humano é de 65 decibéis. Ruídos com intensidade superior a este valor começam a incomodar e causar danos ao ouvido. Em razão disto, toda vez que os ruídos oriundos do processo de fabricação de peças em uma fábrica ultrapassam este valor, é disparado um alarme sonoro. Indicando que os funcionários devem colocar proteção nos ouvidos. O gráfico fornece a intensidade sonora registrada no último turno de trabalho dessa fábrica. Nele, a variável t indica o tempo (medido em hora), e I indica a intensidade sonora (medida em decibel).



Disponível em: www.crmariocovas.sp.gov.br. Acesso em: 24 abr. 2015 (adaptado).

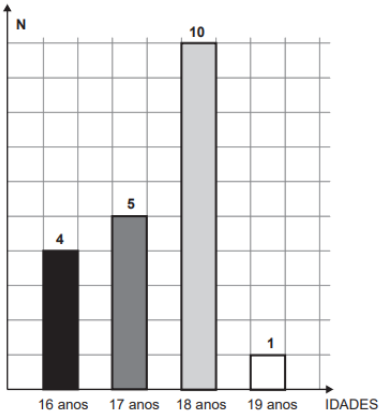
De acordo com o gráfico, quantas vezes foi necessário colocar a proteção de ouvidos no último turno de trabalho?

A) 7 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

Determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente.

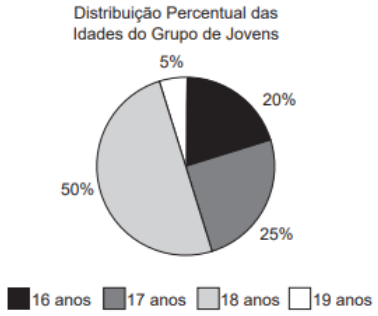
Questão 03

Um grupo é formado por jovens cujas idades variam entre 16 e 19 anos. O gráfico a seguir, representa a distribuição do número N de jovens de acordo com suas idades.

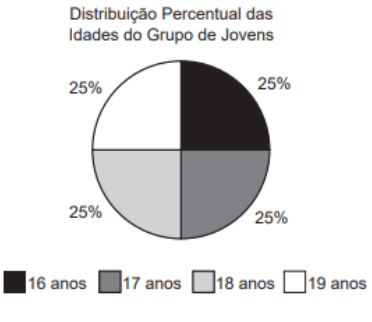


O gráfico de setores que representa, em forma percentual, as frequências das idades desse grupo de jovens é:

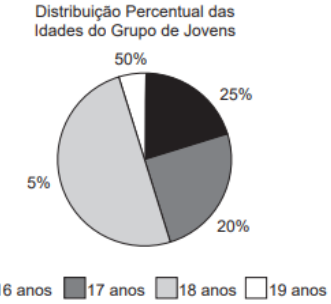
A)


Distribuição Percentual das Idades do Grupo de Jovens
5%
20%
50%
25%
16 anos
17 anos
18 anos
19 anos

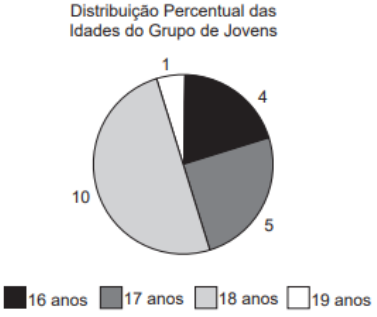
B)


Distribuição Percentual das Idades do Grupo de Jovens
25%
25%
25%
25%
16 anos
17 anos
18 anos
19 anos

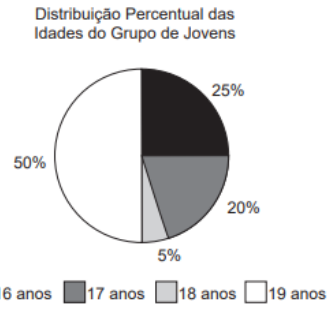
C)


Distribuição Percentual das Idades do Grupo de Jovens
50%
25%
5%
20%
16 anos
17 anos
18 anos
19 anos

D)


Distribuição Percentual das Idades do Grupo de Jovens
1
4
10
5
16 anos
17 anos
18 anos
19 anos

E)


Distribuição Percentual das Idades do Grupo de Jovens
25%
50%
20%
5%
16 anos
17 anos
18 anos
19 anos

AULA 13	A Regra de Três Descomplicada: Determinando o Quarto Valor Proporcional

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Leia a seção **PONTO DE PARTIDA** para entender o que é proporcionalidade direta e onde ela é usada no dia a dia. Em casos de dúvidas, verifique os sites listados na seção **SAIBA MAIS**.	☐
2º	Assista o vídeo: Regra de Três Simples disponível no **EI, PSIU!**	☐
3º	Leia as questões da seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões que exigirão que você saiba determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano.	☐
4º	Resolva as questões Da seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
5º	Verifique se os links da seção **SAIBA MAIS** consegue tirar algumas das suas dúvidas.	☐
6º	Tire dúvidas com sua/seu professora/or.	☐

PONTO DE PARTIDA

A matemática está profundamente enraizada em nossas vidas diárias, muitas vezes de maneiras que não percebemos. Uma das aplicações mais comuns e práticas é a compreensão das relações de proporcionalidade direta. Esta habilidade é fundamental para resolver problemas onde há uma relação constante entre duas grandezas, permitindo calcular um quarto valor a partir de três valores conhecidos.

✅ O que é proporcionalidade direta?

Proporcionalidade direta é uma relação entre duas variáveis onde a razão entre elas é constante. Isso significa que se uma variável aumenta, a outra aumenta na mesma proporção, e se uma variável diminui, a outra também diminui na mesma proporção. Essa relação pode ser expressa matematicamente pela equação:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Aqui, a, b, c e d são valores que se relacionam diretamente. Se conhecermos três desses valores, podemos facilmente calcular o quarto valor.

Mas calma! Não vamos entrar em pânico!

✅ Aplicações Cotidianas

A proporcionalidade direta é frequentemente encontrada em situações cotidianas, como cozinhar, viajar, fazer compras, dosar medicamentos e muito mais. Por exemplo:

 Culinária	 Finanças	 Transporte
Se uma receita requer uma certa quantidade de ingredientes para uma determinada porção, podemos ajustar as quantidades proporcionalmente se quisermos preparar uma quantidade maior ou menor da receita.	Ao fazer compras, se conhecemos o preço de uma quantidade específica de um produto, podemos calcular o preço para uma outra quantidade do mesmo produto.	Se sabemos a quantidade de combustível necessária para percorrer uma certa distância, podemos calcular a quantidade necessária para uma distância diferente mantendo a relação constante.

✅ Como determinar o quarto valor

Vejamos o passo a passo de como calcular o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores dados, vejamos o exemplo a seguir com um passo a passo:

Exemplo: Em um supermercado, um cliente comprou 3 quilos de maçãs e pagou R$ 15,00. Quanto ele pagaria se comprasse 7 quilos?

Monte uma tabela com essas informações, para visualizar melhor esses dados. Podemos ler como "3kg maçãs estão para 15 reais assim como 7 kg de maçãs estão para x reais."

Maçãs (kg)	Preço (R$)
3	15
7	?

Verifique se a **proporcionalidade é direta**. Isto é: se um valor aumenta, o seu correspondente também aumenta?

▲

Quando duas grandezas são **diretamente proporcionais**? Veja o link 2 do **SAIBA MAIS**.

Se eu aumentar a quantidade de maçãs, também aumentarei o preço pago. Então essa relação é diretamente proporcional.

Distribua os valores na relação de proporção direta: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$\frac{3}{7} = \frac{15}{x}$$

Faça a **multiplicação cruzada**.

$$a \cdot d = b \cdot c$$

$$3 \cdot x = 7 \cdot 15$$

Realize as multiplicações de cada lado da igualdade.	$3x = 105$
Isole o x. Para isso, o 3 que o está multiplicando do lado esquerdo, passa para o lado direito da igualdade dividindo.	$x = \frac{105}{3}$
Encontre o resultado de x.	$x = 35$

Assim, concluímos que o preço de 7kg de maçãs será R$ 35,00.

EI, PSIU!

A habilidade de determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta é extremamente útil, pois permite fazer previsões precisas e tomar decisões informadas em várias situações do dia a dia. Além disso, esta habilidade é uma base importante para tópicos matemáticos mais avançados, como álgebra e cálculo.
Compreender e praticar a proporcionalidade direta não só melhora as habilidades matemáticas, mas também desenvolve o pensamento lógico e a capacidade de resolver problemas de forma eficaz. Portanto, dominar essa habilidade é essencial para a vida cotidiana e para o sucesso acadêmico em matemática.

Agora que você lembrou o que é proporção direta e a como pode ser aplicada no dia a dia, veja o vídeo Regra de Três Simples, da Profª Angela seguir: https://www.youtube.com/watch?v=7gK3-QG363o onde ela dá um exemplo e explica como encontrar o quarto valor dados outros três valores.

PARA COMPREENDER

Questão 01
João está preparando uma receita que pede 3 ovos para cada 150 gramas de açúcar. Se ele quiser usar 200 gramas de açúcar, quantos ovos ele deve utilizar?

A) 2 ovos B) 3 ovos C) 4 ovos D) 5 ovos E) 6 ovos

Comentários: Para encontrar quantos ovos João deve utilizar, iremos calcular utilizando a relação de proporcionalidade direta.

Primeiro, identificamos a relação de proporcionalidade direta dada na questão. Sabemos que 3 ovos estão para 150 gramas de açúcar assim como x ovos estão para 200 gramas de açúcar. Isso pode ser representado como:	$\frac{3}{150} = \frac{x}{200}$
Para encontrar o valor desconhecido x,	$150 \cdot x = 3 \cdot 200$

multiplicamos cruzado. Isso nos dá a equação	
Resolvendo a multiplicação, obtemos	$150x = 600$
Isolamos x na equação dividindo ambos os lados por 150, o que nos dá	$x = \frac{600}{150}$
Realizamos a divisão, encontrando o resultado final	$x = 4$

Portanto, João deve usar 4 ovos se quiser usar 200 gramas de açúcar. Alternativa C.

Questão 02

Uma empresa de transporte cobra R$ 50,00 para transportar 20 kg de mercadoria. Quanto custaria transportar 45 kg de mercadoria?

A) R$ 100,00 B) R$ 112,50 C) R$ 115,00 D) R$ 120,00 E) R$ 125,00



Comentários: Para resolver problemas de proporcionalidade direta, usamos a relação constante entre as grandezas envolvidas. Isso nos permite determinar um valor desconhecido quando conhecemos três dos quatro valores necessários. A resolução envolve identificar a proporção, multiplicar cruzado, simplificar a equação e resolver para o valor desconhecido.

Primeiro, identificamos a relação proporcional, onde 50 reais estão para 20 kg assim como x reais estão para 45 kg.	$\frac{50}{x} = \frac{20}{45}$
Para encontrar o valor desconhecido x, multiplicamos cruzado. Isso nos dá a equação	$20 \cdot x = 50 \cdot 45$
Resolvendo a multiplicação, obtemos	$20x = 2250$
Isolamos x na equação dividindo ambos os lados por 20 (também conhecido como passar o 20 que está multiplicando para o outro lado da igualdade mas dividindo), o que nos dá	$x = \frac{2250}{20}$
Realizamos a divisão, encontrando o resultado final	$x = 112,5$

Assim, o custo para transportar 45 kg de mercadoria será R$ 112,50, como indicado na alternativa B.

Questão 03

Um carro percorre 120 km com 8 litros de combustível. Quantos litros são necessários para percorrer 180 km?

A) 10 litros B) 11 litros C) 12 litros D) 13 litros E) 14 litros

Comentários: Para resolver problemas de proporcionalidade direta, identificamos a proporção, multiplicamos cruzado, simplificamos a equação resultante e resolvemos o valor desconhecido, como vimos anteriormente.

Iniciamos identificando a relação proporcional onde 8 litros de combustível correspondem a 120 km e queremos saber quantos litros (x) serão necessários para 180 km.	$\frac{8}{x} = \frac{120}{180}$
Multiplicamos cruzado e chegamos à equação	$120 \cdot x = 8 \cdot 180$
Resolvendo a multiplicação, temos	$120\,x = 1440$
Isolamos x na equação dividindo ambos os lados por 120, obtendo	$x = \frac{1440}{120}$
Realizamos a divisão, encontrando o resultado final	$x = 12$

Logo, como aparece na alternativa C, serão necessários 12 litros de combustível para percorrer 180 km.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01
(IFAL) Uma editora utiliza 3 máquinas para produzir 1800 livros num certo período. Quantas máquinas serão necessárias para produzir 5400 livros no mesmo período?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Questão 02
(Vunesp) Sabe-se que 15 funcionários conseguem arquivar 450 processos por dia. Vinte e cinco funcionários, com a mesma capacidade dos anteriores, arquivariam por dia uma quantidade de processos igual a:

A) 450 B) 750 C) 425 D) 585 E) 675

Questão 03
(ENEM) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.
Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

A) 12 kg B) 16 kg C) 24 kg D) 36 kg E) 75 kg

Questão 04
(UNA Concursos) Um pintor gasta 2 galões de tinta para pintar uma parede de 45 m^2. Responda quantos litros de tinta serão necessários para pintar 135 m^2, sabendo que cada galão contém exatamente 3,6 L.

A) 23 L B) 19,3 L C) 28,8 L D) 21,6 L

Questão 05

(UFES) Dois sócios, Artur e Bruno, obtiveram como lucro de um negócio o valor de R$ 7.200,00. Esse lucro foi repartido em partes proporcionais ao que cada um havia investido. Artur investiu R$ 2.400,00 e Bruno investiu R$ 1.600,00 e, por isso, ao final, Artur teve direito a um lucro maior que Bruno. A diferença entre o lucro de Artur e o lucro de Bruno foi de:

A) R$ 1200,00 B) R$1360,00 C) R$ 1400,00 D) R$ 1440,00 E) R$ 1500,00

SAIBA MAIS

1. **Regra de Três Simples - Professora Angela**
   Regra de Três Simples - Professora Angela Matemática
2. **Grandezas Diretamente e Inversamente Proporcionais - Professora Angela**
   www.youtube.com/watch?v=ZiHqfMn2nQY
3. **MULTIPLICAR CRUZADO: PQ ISSO FUNCIONA? - Universo Narrado**
   https://www.youtube.com/watch?v=EwWImtyTknI
4. **Como Fazer Divisão | Fácil e Rápido - Escola de Números com Thyago Araújo**
   https://www.youtube.com/watch?v=MXBVJ87HT24

AULA 14	Proporcionalidade em Ação: Soluções em Múltiplas Etapas

Prezada/o estudante,

Nesta aula, continuaremos a falar sobre a habilidade de **determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano**, mas abordando quando isso é apenas uma parte da solução. Assim, sugerimos que você siga o roteiro a seguir

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Inicie lendo a seção **PONTO DE PARTIDA** para relembrar o que falamos na aula passada.	☐
2º	Depois, leia a seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões que exigirá que você saiba determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano, além de interpretar bem o texto para identificar o que mais é necessário para solucionar a problema.	☐
3º	Finalize resolvendo as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
4º	Não esqueça de tirar dúvidas com sua/seu professora/or e de fazer a **AUTOAVALIAÇÃO.**	☐
5º	Tire dúvidas com sua/seu professora/or.	☐

PONTO DE PARTIDA

Na aula anterior, aprendemos como determinar um valor desconhecido em uma relação de proporcionalidade direta usando a regra de três simples. A proporcionalidade direta ocorre quando duas grandezas aumentam ou diminuem na mesma razão. Para encontrar o quarto valor em uma relação, estabelecemos a proporção entre os três valores conhecidos e resolvemos a equação para encontrar o valor desconhecido. Essa habilidade é essencial para resolver problemas do cotidiano que envolvem comparações e previsões baseadas em relações lineares entre grandezas.

Nesta aula, vamos abordar questões mais complexas onde a proporcionalidade direta é apenas uma parte da solução. Iremos aplicar a proporcionalidade para resolver problemas que envolvem múltiplas etapas e diferentes contextos, como produção em fábricas, distribuição de recursos, e tarefas de equipes. Além disso, será fundamental aprimorar a interpretação de textos, pois esses problemas exigem compreensão detalhada das informações fornecidas para identificar corretamente as grandezas proporcionais e os passos necessários para a resolução. Isso nos permitirá não apenas aplicar a matemática de forma precisa, mas também contextualizar os problemas dentro de situações práticas do dia a dia.

PARA COMPREENDER

Questão 01

Um carro faz 45 km com 3 litros de combustível. Se o tanque do carro está com 10 litros e ele precisa percorrer uma distância de 225 km, quantos litros de combustível adicionais serão necessários?

A) 3 litros B) 5 litros C) 8 litros D) 10 litros E) 15 litros

Comentários: Para resolver esse problema, primeiro vamos encontrar a quantidade total de combustível necessária e, depois, calcular a quantidade adicional necessária. Para isso, identificaremos a proporção, multiplicaremos cruzadamente, simplificaremos a equação resultante e resolveremos o valor desconhecido.

Iniciamos identificando a relação proporcional onde 3 litros de combustível correspondem a 45 km e queremos saber quantos litros (x) serão necessários para 225 km.	$\frac{3}{x} = \frac{45}{225}$
Multiplicamos cruzado e chegamos à equação	$45 \cdot x = 3 \cdot 225$
Resolvendo a multiplicação, temos	$45\,x = 675$
Isolamos x na equação dividindo ambos os lados por 45, obtendo	$x = \frac{675}{45}$
Realizamos a divisão, encontramos a quantidade de litros necessária	$x = 15$

Então 15 é a quantidade de litros necessária para percorrer a distância de 225km. Lembre-se de que o carro já continha 10 litros!

Se queremos a quantidade de litros adicionais, vamos subtrair a quantidade de litros que o carro á possuía da quantidade necessária:	$15 - 10$
Realizando a subtração, temos o resultado final:	5

Logo, serão necessários 5 litros além dos 10 que já estavam no carro para termos os 15 litros necessários para percorrer 225 km. Alternativa B.

Questão 02

Uma máquina de embalagem pode embalar 500 caixas em 4 horas. Quantas caixas podem ser embaladas em 6 horas com duas dessas máquinas funcionando simultaneamente?

A) 375 caixas B) 750 caixas C) 1500 caixas D) 2000 caixas E) 3000 caixas



Comentários: Para resolver esse problema, inicialmente vamos encontrar a quantidade de caixas que 1 máquina consegue embalar para depois calcular a quantidade que 2 fazem o mesmo. Para isso, identificaremos a proporção, multiplicaremos cruzadamente, simplificaremos a equação resultante e resolveremos o valor desconhecido.

Iniciamos identificando a relação proporcional onde 500 caixas são embaladas em 4 horas e queremos saber quantas caixas (x) serão embaladas em 6 horas.	$\frac{500}{x} = \frac{4}{6}$
Multiplicamos cruzado e chegamos à equação	$4 \cdot x = 6 \cdot 500$
Resolvendo a multiplicação, temos	$4x = 3000$
Passando o 4 que está multiplicando o x para o outro lado da igualdade dividindo, para isolamos nossa incógnita, obtendo	$x = \frac{3000}{4}$
Realizamos a divisão, encontramos a quantidade de litros necessária	$x = 750$

Assim, 750 é a quantidade de caixas embaladas por uma máquina em 6 horas, mas o que queremos saber é a quantidade de caixas embaladas por duas dessas máquinas nesse mesmo período.

Se queremos a quantidade de caixas embaladas por 2 máquinas sabendo que uma consegue embalar 750, vamos multiplicar 750 por 2:	$750 \cdot 2$

Multiplicação, temos o resultado final:	1500

Logo, duas máquinas embalarão 1500 caixas em 6 horas. Alternativa C.

Questão 03

Dois técnicos de manutenção, os quais possuem o mesmo ritmo de trabalho, podem consertar 18 máquinas em 3 dias. Quantas máquinas apenas um técnico pode consertar em 9 dias?

A) 12 máquinas B) 15 máquinas C) 21 máquinas D) 24 máquinas E) 27 máquinas



Comentários: Uma das maneiras de começar a resolver essa questão é encontrar a quantidade de máquinas que os dois técnicos conseguem consertar em 6 dias. Depois, verificar o quanto dessas apenas um técnico consertaria. Para isso, identificaremos a proporção, multiplicaremos cruzadamente, simplificaremos a equação resultante e resolveremos o valor desconhecido.

Para começar, identificando a relação proporcional onde 18 máquinas são consertadas em 3 dias e queremos saber quantas máquinas (x) serão consertadas em 9 dias.	$\frac{18}{x} = \frac{3}{9}$
Multiplicamos cruzado e chegamos à equação	$3 \cdot x = 18 \cdot 9$
Resolvendo a multiplicação, temos	$3x = 162$
Para isolarmos o x, vamos passar o 3 o que está multiplicando para o outro lado da igualdade dividindo, ficando com	$x = \frac{162}{3}$
Realizamos a divisão, encontramos a quantidade de litros necessária	$x = 54$

Logo, 54 é a quantidade de máquinas consertadas por 2 técnicos em 9 dias. Esse não é o resultado final, uma vez que queremos a quantidade de máquinas que apenas um técnico conseguiria consertar em 9 dias.

Sabendo que os dois técnicos consertariam 54 máquinas em 9 dias, para calcular a quantidade que apenas um consertaria no mesmo período com o mesmo ritmo de trabalho, basta dividir esse valor por 2.	$54 \div 2$
Fazendo a divisão, temos o resultado:	27

Logo, como aponta a alternativa E, um técnico conseguiria consertar 27 máquinas em 9 dias.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

(Vunesp) Uma torneira goteja sem parar, desperdiçando 2 litros de água a cada 44 minutos. Mantendo sempre esse mesmo gotejamento, o número aproximado de litros de água que serão desperdiçados em 4 horas será:

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

Questão 02

(ENEM) Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes.
Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar, no máximo, 1 500 telhas ou 1 200 tijolos.
Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

A) 300 tijolos B) 360 tijolos C) 400 tijolos D) 480 tijolos E) 600 tijolos

Questão 03

(ENEM) Em uma embalagem de farinha, encontra-se a receita de um bolo, sendo parte dela reproduzida a seguir:

INGREDIENTES

- 640 g de farinha (equivale a 4 xícaras)
- 16g de fermento biológico (equivale a 2 colheres medidas)

Possuindo apenas a colher medida indicada na receita, uma dona de casa teve que fazer algumas conversões para poder medir com precisão a farinha. Considere que a farinha e o fermento possuem densidades iguais.

Cada xícara indicada na receita é equivalente a quantas colheres medidas?

A) 10 B) 20 C) 40 D) 80 E) 320

Questão 04

(UECE) Se um pacote de biscoito contém 10 biscoitos e pesa 95 gramas, e se 15 gramas de biscoito correspondem a 90 calorias, quantas calorias tem cada biscoito?

A) 53 calorias B) 55 calorias C) 57 calorias D) 59 calorias

Questão 05

(Uneb) Três amigos abriram juntos uma loja de insumos agrícolas. O primeiro investiu R$ 5.000,00; o segundo, R$ 7.000,00 e o terceiro, R$ 8.000,00. Depois de certo tempo, foi apurado um lucro de R$ 42.000,00.

Nessas condições, pode-se afirmar que a diferença entre as partes do lucro a que os dois sócios que mais investiram capital para montar o negócio têm direito, em reais, é igual a:

A) 18.000,00 B) 19.000,00 C) 20.000,00 D) 21.000,00 E) 22.000,00

✓ EU APRENDI...

Prezada/o estudante,

Esta autoavaliação permitirá que você avalie seu próprio aprendizado e identifique pontos que precisam ser aprimorados. Além disso, é uma oportunidade para que você expresse suas necessidades e preocupações em relação a habilidade que está sendo mobilizada.

Habilidades	Não, tenho dificuldades	Um pouco, ainda preciso de ajuda	Sim, consigo fazer sozinho
1. Eu consigo **entender** o conceito de proporcionalidade direta.			
2. Eu consigo **identificar** a relação de proporcionalidade direta em problemas do cotidiano.			
3. Eu sei como **utilizar** a fórmula $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ para resolver problemas de proporcionalidade direta.			
4. **Eu entendo** todos os passos necessários para encontrar o valor desconhecido em uma relação de proporcionalidade direta.			
5. **Eu consigo** resolver problemas de proporcionalidade direta sem ajuda.			
6. **Eu me sinto** confiante para aplicar a proporcionalidade direta em situações práticas, como calcular custos ou ajustar receitas.			

AULA 15	Dinheiro que Rende (ou Não!): Calculando Valores Reajustados

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Leia a seção **PONTO DE PARTIDA** para entender a importância dessa habilidade no dia a dia, além de conhecer estratégias e técnicas diferentes de como resolver situações-problemas. Em casos de dúvidas, verifique os sites listados na seção **SAIBA MAIS**.	☐
2º	Leia o texto "Matemática – Acréscimos e descontos" e assista ao vídeo "Porcentagem | Aumento E Desconto" na seção **EI, PSIU!**	☐
3º	Leia as questões da seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões que exigirão que você saiba determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste, usando diferentes estratégias.	☐
4º	Resolva as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
5º	Verifique se os links da seção **SAIBA MAIS** consegue tirar algumas das suas dúvidas.	☐
6º	Tire dúvidas com sua/seu professora/or.	☐

PONTO DE PARTIDA

Saber determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste é essencial em diversos aspectos do cotidiano e da vida profissional. Especialmente se tratando de dinheiro. No âmbito pessoal, é comum utilizar essa habilidade ao calcular aumentos salariais, reajustes de aluguéis, correções de preços de produtos devido à inflação, entre outros. No ambiente empresarial, essa habilidade é crucial para ajustar orçamentos, precificar produtos e serviços, e analisar mudanças nos custos e receitas ao longo do tempo.

Por exemplo, se o aluguel de um imóvel aumenta em 5% ao ano, saber calcular o novo valor do aluguel permite ao inquilino planejar suas finanças. Da mesma forma, um funcionário que recebe um aumento salarial de 10% precisa calcular seu novo salário para ajustar seu orçamento mensal.

Podemos utilizar várias estratégias matemáticas para calcular esse ajuste, seja acréscimo ou desconto. No exercício abaixo, vejamos algumas delas.

Uma garrafa térmica de água custa R$ 250,00 e está com um desconto de 15%. Qual será o preço dela após o desconto?

✅ Usando frações

Transforme os 15% em frações, simplificando	$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$
Monte a multiplicação entre o valor inicial pela fração encontrada	$250 \cdot \frac{3}{20}$
Realize a multiplicação para encontrar o desconto	$\frac{250 \cdot 3}{20} = \frac{750}{20} = 37,5$
Subtraia o desconto do valor inicial	250 - 37,5 = 212,5
O preço da garrafa após o desconto será de	R$ 212,50

✅ Usando fatores multiplicadores

Transforme os 15% em um número decimal.	15% = 0,15
Do total (que equivale a 1), subtraia o decimal encontrado. (Se você estivesse acrescentando ao invés de descontando, você somaria.)	1 - 0,15 = 0,85
Multiplique o valor inicial pelo fator multiplicador	250 · 0,85 = 212,5
O preço da garrafa após o desconto será de	R$ 212,50

✅ Usando regra de três simples

Monte a regra de três para encontrar o valor do desconto. Se 100% é R$250,00, 15% é quanto (x)?	R$ 250 —— 100% x —— 15%
Resolva a regra de três	R$ 250 —— 100% x —— 15% $100 \cdot x = 250 \cdot 15$ $100x = 3750$ $x = \frac{3750}{100}$ $x = 37,5$
Subtraia o desconto do valor inicial	250 - 37,5 = 212,5
O preço da garrafa após o desconto será de	R$ 212,50

EI, PSIU!

Leia o texto **"Matemática – Acréscimos e descontos"** do site Conexão Escola SME (disponível em: https://sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/eaja/matematica-acrescimos-e-descontos/ e assista ao vídeo **Porcentagem | Aumento E Desconto** do canal Discademat disponível em https://www.youtube.com/watch?v=3EefFSEF8Ds para conhecer ou lembrar mais sobre isso.

PARA COMPREENDER

Questão 01

Um investidor tem R$ 10.000,00 aplicados em uma conta que rende 6% ao ano. Qual será o valor total após um ano?

A) R$ 600,00 B) R$ 9.400,00 C) R$ 10.300,00 D) R$ 10.600,00 E) 60.000,00

Comentários: Para resolver a questão de calcular o valor total de um investimento após um ano com um rendimento anual de 6%, usaremos uma as técnicas apresentadas anteriormente.

Transforme os 6% em frações, simplificando	$6\% = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$
Monte a multiplicação entre o valor inicial pela fração encontrada	$10\,000 \cdot \frac{3}{50}$
Realize a multiplicação para encontrar o rendimento	$\frac{10\,000 \cdot 3}{50} = \frac{30\,000}{50} = 600$
Acrescente o rendimento encontrado ao valor inicial	`10000 + 600 = 10600`
Resultado final	`R$ 10600,00`

O valor final do investimento de R$ 10.000,00 a 6% ao ano após um ano será de R$ 10.600,00, como indica a alternativa C. Você consegue resolver essa questão usando os outros métodos?

Questão 02

O proprietário do apartamento de Alyne, que paga R$ 1.500,00 de aluguel, a avisou que haverá uma aumento de 5% no valor mensal. Qual será o novo valor do aluguel?

A) R$ 1.505,00 B) R$ 1.515,00 C) R$ 1.550,00 D) R$ 1.575,00 E) 1.600,00

Comentários: Para resolver a questão do reajuste de um aluguel de R$ 1.500,00 em 5% usando a regra de três simples, estabeleceremos uma relação proporcional entre o valor original do aluguel (100%) e o valor reajustado (105%, já acrescentando 5%). A regra de três nos permitirá calcular diretamente o novo valor do aluguel após o reajuste.

Monte a regra de três para encontrar o valor direta do novo valor do aluguel. Se 100% é R$ 1.500,00, 105% é quanto (x)?	R$ 1500 ——— 100% x ——— 105%
Resolva a regra de três	R$ 1500 ——— 100% x ——— 105% $100 \cdot x = 1500 \cdot 105$ $100x = 157500$ $x = \frac{157500}{100}$ $x = 1575$
Resultado final	R$ 1575,00

Assim, determinamos que o novo valor do aluguel, após um reajuste de 5%, será de R$ 1.575,00. Alternativa D. Você consegue resolver essa questão usando os outros métodos?

Questão 03

Elena comprou um livro cujo preço original era R$ 50,00. Ela recebeu um desconto de 12% sobre esse valor. Quanto Elena pagou pelo livro após o desconto?

A) R$ 36,00 B) R$ 38,00 C) R$ 40,00 D) R$ 44,00 E) 48,00

Comentários: Para resolver essa questão usaremos fatores multiplicativos, calcularemos o fator multiplicador correspondente ao desconto de 12% e aplicaremos esse fator ao valor original do livro para encontrar o preço final.

Transforme os 12% em um número decimal.	12% = 0,12
Do total (que equivale a 1), subtraia o decimal encontrado.	1 - 0,12 = 0,88
Multiplique o valor inicial pelo fator multiplicador	50 · 0,88 = 44
Resultado final	R$ 44,00

Assim como aponta a alternativa D, Elena pagou R$ 44,00 pelo livro após o desconto de 12% sobre o preço original. Você consegue resolver essa questão usando os outros métodos?

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

(Avança-SP) Pedro queria comprar um videogame que custava R$ 500,00. Ele estava determinado a economizar o máximo possível e aproveitar qualquer oportunidade de desconto. Após pesquisar, ele encontrou uma loja que oferecia um desconto de 20% no preço do videogame. Qual seria o preço do videogame com o desconto aplicado?

A) R$ 400,00 B) R$ 420,00 C) R$ 450,00 D) R$ 480,00 E) R$ 520,00

Questão 02

(Avança-SP) A motocicleta de Alice custava R$ 14.500,00. Alice vendeu-a para seu tio e lhe deu um desconto de 16%. O valor que o tio de Alice pagou pela motocicleta, foi de:

A) R$ 13.960,50 B) R$ 13.699,05 C) R$ 12.470,00 D) R$ 12.180,00 E) R$ 11.998,60

Questão 03

(FCC 2018/SABESP, adaptada) - A prefeitura de uma cidade recapeou 60% das avenidas da cidade no ano de 2017. Para o ano de 2018, a prefeitura planeja aumentar em 20% a quantidade de avenidas que serão recapeadas em relação ao ano anterior. Considerando que a quantidade total de avenidas da cidade não se altera, qual será a porcentagem total de avenidas que a prefeitura deverá recapear em 2018?

A) 85% B) 32% C) 56% **D) 72%** E) 20%

Questão 04

(FCC 2018/CL-DF) O total de calças produzidas por uma confecção passou de 375 no 1º trimestre de 2018 para 435 no trimestre seguinte. De um trimestre para o outro, o quadro de funcionários aumentou de acordo com a mesma porcentagem de aumento da produção de calças. Se, no 2º trimestre de 2018, havia 58 funcionários trabalhando nessa confecção, então no 1º trimestre de 2018, a quantidade de funcionários era igual a:

A) 42 B) 48 C) 50 D) 40 E) 54

Questão 05

(FCC 2018/SABESP, Adaptada) Uma pessoa decide dividir todo seu patrimônio entre seus 3 filhos ainda em vida. Analisando a situação atual de cada um, conclui que repartirá igualmente seu patrimônio, ao passo que cada filho deve receber R$ 500.000,00. No ato da transferência, cada filho deve pagar ao governo um imposto de 2% do valor recebido. Dessa forma, cada filho deverá pagar um imposto relativo ao valor recebido de:

A) R$ 10.000,00 B) R$ 12.000,00 C) R$ 18.000,00 **D) R$ 4.000,00** E) R$ 2.500,00

SAIBA MAIS

1. **Matemática – Acréscimos e descontos - Conexão Escola SME**
   https://sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/eaja/matematica-acrescimos-e-descontos/

2. **Porcentagem | Aumento E Desconto - Discademat**
   https://www.youtube.com/watch?v=3EefFSEF8Ds

3. **Identificação da base e da quantidade de porcentagem**
   https://pt.khanacademy.org/math/pt-5-ano/numeros-porcentagem-soma-subtracao-5ano/pt-problemas-de-porcentagem/v/identifying-percent-amount-and-base

4. **Problemas de porcentagem: impostos e descontos**
   https://pt.khanacademy.org/math/pre-algebra/xb4832e56:percent-rational-number-word-problems/xb4832e56:untitled-1026/v/tax-discount-and-tip-examples

AULA 16	Reajustes Complexos: Aprofundando o Cálculo de Valores Percentuais

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Inicie lendo a seção **PONTO DE PARTIDA** para relembrar o que falamos na aula passada.	☐
2º	Assista ao vídeo Representação percentual de frações - Parte 2 do Portal da Matemática na seção **EI, PSIU!**	
3º	Depois, leia a seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões e aprofundar sobre reajustes de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual reajustado.	☐
4º	Finalize resolvendo as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
5º	Não esqueça de tirar dúvidas com sua/seu professora/or e de fazer a **AUTOAVALIAÇÃO.**	☐
6º	Tire dúvidas com sua/seu professora/or.	☐

• PONTO DE PARTIDA

Para determinar o valor reajustado de uma quantia, siga alguns passos simples. Primeiro, identifique o valor inicial que você deseja reajustar. Em seguida, obtenha o percentual de reajuste que será aplicado. Para facilitar os cálculos, pode-se converter o percentual em um número decimal, dividindo-o por 100. Depois, multiplique o valor inicial por esse decimal para calcular o valor do reajuste. Com esse valor em mãos, some-o ao valor inicial para encontrar o total reajustado. A proposta de organização dos cálculos pode ser expressa como:

Valor Reajustado = Valor Inicial + (Valor Inicial × Percentual em Decimal).

Essa abordagem é útil em diversas situações, como ajustes salariais, correções de preços ou atualização de valores de contratos. Lembre-se de que um percentual positivo (acréscimo) indica um aumento, enquanto um percentual negativo (desconto) representa uma diminuição. Assim, você pode facilmente calcular o novo valor considerando o reajuste aplicado.

EI, PSIU!

Para aprimorarmos a prática sobre frações e porcentagens, veja o vídeo de uma série de outros vídeos disponíveis na plataforma do Portal da Matemática com o professor Bruno Vianna, cujo link é: https://www.youtube.com/watch?v=KLakrBcj_xI

PARA COMPREENDER

Questão 01

A prefeitura de uma cidade anuncia que, no ano de 2017, recapeou 60% das avenidas da cidade e se compromete a recapear, em 2018, 80% das avenidas restantes. De 2017 para 2018, a quantidade de avenidas dessa cidade não se alterou. Sendo assim, em 2018, do total de avenidas da cidade, a prefeitura deverá recapear:

A) 80%. B) 32%. C) 56%. D) 42%. E) 20%.

Comentários: Vamos considerar que a cidade possui no período compreendido de 2017 para 2018 um total de x avenidas. Vejamos que:

✅ Em 2017 a prefeitura recapeou 60% de x

$60\%.x = \frac{60}{100} . x = 0,6.x$

✅ Em 2018 a prefeitura pretende recapear 80% das avenidas restantes após a recapeação realizada no ano anterior, ou seja, devemos calcular 80% de 0,4.x

Atenção
x → Total de avenidas
0,6x → Total de avenidas recapeadas em 2017
0,4x (x - 0,6x) → Total de avenidas remanescentes para recapear nos anos seguintes

Logo, temos que:

$80\%.0,4x = \frac{80}{100} . 0,4x = \frac{32}{100} .x = 32\%.x$

Portanto, a resposta correta é a alternativa B.

Questão 02

O ICMS que incide em uma conta tem como base de cálculo o valor final a ser pago, que já inclui o próprio imposto. Assim, uma vez que a alíquota do ICMS é de 25%, o valor do tributo na conta deve ser 25% do valor final da conta, o qual já contempla o tributo. Por exemplo, se o valor da conta sem o ICMS for de 90 reais, o tributo deverá ser de 30 reais, já que, em relação ao valor final de (30 + 90) = 120 reais, os 30 reais representam 25%. Se a parte do valor da conta referente ao ICMS em uma conta for de 55 reais, então o valor da conta sem o ICMS será, em reais, de:

A) 165. B) 220. C) 255. D) 280. E) 315.

Comentários: Novamente, utilizaremos uma incógnita para representar o valor a ser determinado. Vejamos que x é o valor da conta sem o ICMS e R$55,00 refere-se a 25% do valor final a ser pago. Com isso, tem-se que:

$25\%.(x + 55) = 55 \rightarrow \frac{25}{100} . (x + 55) = 55 \rightarrow \frac{1}{4}.(x + 55) = 55 \rightarrow x + 55 = 4.55 \rightarrow x + 55 = 220 \rightarrow$

$x = 220 - 55 \rightarrow x = 165$ Então, a alternativa assertiva é A.

Questão 03

Um erro comum no cotidiano ocorre quando uma pessoa acha que, para que um produto que sofreu um aumento de 10% volte ao seu valor antes do aumento, ele deve sofrer um desconto de 10%. Para que um produto que sofreu um aumento de 20% passe a custar o que custava antes do aumento, o desconto deve ser, aproximadamente:

A) 83,3%. B) 22,0%. C) 18,5%. D) 13,4%. (E) 16,7%



Comentários: Consideremos que seja x o valor inicial do produto. Com o aumento de 20% no valor, obtemos:

$120\%.x = \frac{120}{100}.x = 1{,}2.x$

No entanto, caso desejemos retornar ao valor inicial do produto é necessário um desconto percentual de:

$$\frac{valor\ final\ após\ o\ aumento - valor\ inicial\ do\ produto}{valor\ final\ após\ o\ aumento} = \frac{1{,}2x - x}{1{,}2x} = \frac{0{,}2x}{1{,}2x} = 0{,}1666...$$

Consideramos, em virtude dos itens possuírem apenas uma casa decimal, o valor aproximado para a dízima periódica 0,1666... como sendo 0,167.

Logo, escrevendo em porcentagem o número 0,167, encontramos:

$0{,}167.\frac{100}{100} = \frac{16{,}7}{100} = 16{,}7\%$

Finalmente, chegamos a E como alternativa correta.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

(FAURGS) O valor original P de uma mercadoria sofreu um aumento de 30% e o novo valor sofreu um desconto de 20%. Após os reajustes, o valor da mercadoria é de 1.716 reais. O valor original de P e o valor total do reajuste, em reais, são, respectivamente,

A) 1.480 e 236 B) 1.550 e 166 C) 1.580 e 136 D) 1.650 e 66 E) 1.680 e 36

Questão 02

(FCC 2018/TRT 2ª REGIÃO) - A sentença final de uma causa trabalhista indica que uma empresa terá que pagar R$ 2.450,00 para um trabalhador até o dia 10 de janeiro, com desconto de 15% caso pague antes dessa data. Caso pague depois do dia 10 de janeiro, a empresa terá que arcar com multa de 10% ao dia. Se a empresa fizer o pagamento ao trabalhador no dia 11 de janeiro, ela terá gasto x reais a mais do que se tivesse feito o pagamento no dia 9 de janeiro. Sendo assim, x, em reais, é igual a

A) 306,25 B) 428,75 C) 857,5 D) 122,50 E) 612,50

Questão 03

(FCC 2018/SABESP) Durante uma crise financeira, um certo imóvel perdeu 20% de seu valor e, com o fim da crise, o valor do imóvel aumentou 5% em um ano. Para voltar a ter o mesmo valor do início da crise financeira, é necessário ter uma valorização percentual de, aproximadamente:

A) 12% B) 15% C) 19% D) 20% E) 25%

Questão 04

Um investidor comprou um terreno por R$ 15.000,00 e vendeu-o, um ano depois, por R$ 18.750,00. Qual o lucro, em porcentagem, do preço de custo?

A) 20% B) 25% C) 30% D) 35% E) 40%

Questão 05

Um funcionário de uma empresa cujo salário mensal vale S paga uma prestação P do financiamento de seu apartamento. Se o seu salário sofrer um acréscimo de 10% e a prestação do apartamento sofrer um acréscimo de 12%. Qual o valor do salário reajustado?

A)1,5.S B) 1,4.S C) 1,3.S D) 1,2.S E) 1,1.S

✓ EU APRENDI...

Prezada/o estudante,

Esta autoavaliação permitirá que você avalie seu próprio aprendizado e identifique pontos que precisam ser aprimorados. Além disso, é uma oportunidade para que você expresse suas necessidades e preocupações em relação a habilidade que está sendo mobilizada.

Habilidades	Não, tenho dificuldades	Um pouco, ainda preciso de ajuda	Sim, consigo fazer sozinho
1. **Identificar** uma razão entre dois números reais			
2. **Determinar** a forma decimal e percentual de razão entre números naturais			
3. **Diferenciar** valor inicial e valor reajustado numa situação-problema			
4. **Operar** com multiplicações utilizando números na forma percentual			
5. **Compreender e resolver** situações-problemas de seu cotidiano envolvendo a utilização de valores reajustados			

AULA 17	A Magia dos Números: Resolvendo Problemas com Operações Fundamentais

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Chegamos ao estudo da última habilidade proposta no material e esperamos que você tenha analisado, debatido e compreendido os temas dos capítulos anteriores. Recomendamos a leitura do **PONTO DE PARTIDA**. E, em casos de dúvidas, verifique os sites listados na seção **SAIBA MAIS**.	☐
2º	O uso das tecnologias para auxiliar no desenvolvimento do estudante é primordial na atualidade. Com isso, assista aos vídeos do Portal da Matemática com o professor Bruno Vianna em **EI, PSIU!**	☐
3º	Leia as questões da seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões que exigirão que você saiba resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.	☐
4º	Resolva as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐

PONTO DE PARTIDA

Resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais é uma habilidade essencial no cotidiano e nas ciências exatas. As operações básicas incluem adição, subtração, multiplicação e divisão, que são os pilares da aritmética. A adição permite somar quantidades, enquanto a subtração é utilizada para encontrar a diferença entre valores. A multiplicação, por sua vez, é uma forma de adição repetida, facilitando o cálculo de grupos de itens. A divisão, por outro lado, é o processo de repartir uma quantidade em partes iguais. Ao abordar problemas, é importante identificar quais operações são necessárias e em que ordem devem ser aplicadas. A compreensão dessas operações permite resolver questões práticas, como o cálculo de despesas, a distribuição de recursos e a análise de dados. Além disso, o domínio das operações fundamentais é crucial para o desenvolvimento de habilidades matemáticas mais avançadas. Assim, a prática constante e a aplicação em situações reais ajudam a consolidar esse conhecimento.

EI, PSIU!

Agora, veja no Portal da Matemática as aulas do professor Bruno Vianna para ajudá-los na compreensão da habilidade. O acesso está disponível pelos links: https://youtu.be/C10Ib7Azrqk e https://youtu.be/IHbqTIxnZT8

PARA COMPREENDER

Questão 01

Leonardo, ao assumir um novo cargo na empresa, percebeu que precisava comprar mais camisas. Ele foi ao shopping com R$ 500,00 com esse objetivo e encontrou uma promoção com peças a R$ 80,00 cada. Com quanto dinheiro Leonardo saiu do shopping, sabendo que comprou o máximo possível de camisas?

A) R$ 10,00 B) R$ 20,00 C) R$ 25,00 D) R$ 50,00 E) 75,00



Comentários: Para resolver esta questão, primeiro precisamos calcular quantas camisas Leonardo pode comprar com o dinheiro que ele levou ao shopping. Sabemos que ele dispõe de R$ 500,00 e cada camisa está sendo vendida por R$ 80,00 na promoção. Nosso objetivo é determinar quantas camisas ele compra e quanto dinheiro sobra após a compra.

Dividimos o total de dinheiro pelo preço de cada camisa para encontrar a quantidade máxima de camisas que Leonardo pode comprar	$\frac{500}{80} = 6,25$
Leonardo pode comprar 6 camisas, pois não há como (e nem porquê) comprar 0,25 de uma camisa.	`quantidade de camisas = 6`
Calculamos o valor gasto multiplicando a quantidade de camisas pelo preço unitário	`valor gasto = 6 · 80`
Resultado do valor gasto	`valor gasto = R$ 480,00`
Subtraímos o valor gasto do total de dinheiro que Leonardo levou	`500 – 480`
Resultado do dinheiro restante	`R$ 20,00`

Assim, Leonardo sairá do shopping com 6 camisas e R$ 20,00. Alternativa B.

Questão 02

Uma biblioteca tinha 876.543.210 livros. Após uma grande doação, o número de livros aumentou para noventa e oito milhões, setecentos e sessenta e cinco mil, quatrocentos e trinta e dois. Quantos livros foram doados?

A) 777.777.777 B) 777.777.778 C) 888.888.888 D) 111.111.111 E) 111.111.110



Comentários: Para resolver esta questão, primeiro precisamos converter o número escrito por extenso em formato numeral para, por fim, realizar a subtração entre a nova quantidade de livros e a inicial da biblioteca para encontrar a quantidade de livros doados..

Vamos converter o valor por extenso "noventa e oito milhões, setecentos e sessenta e cinco mil, quatrocentos e trinta e dois" em numeral.	noventa e oito milhões setecentos e sessenta e cinco mil, quatrocentos e trinta e dois
Identifique cada parte do número por extenso	noventa e oito milhões 98 milhões 98.000.000 setecentos e sessenta e cinco mil 765 mil 765.000 quatrocentos e trinta e dois 432
Some as partes convertidas:	98.000.000 765.000 432 (+) ---------- 98.765.432
Realize a subtração da nova quantidade de livros pela anterior	876.543.210 98.765.432 (−) ----------
E encontre o resultado	777.777.778

Então foram doados setecentos e setenta e sete milhões, setecentos e setenta e sete mil, setecentos e setenta e oito livros, como indicado na alternativa B.

Questão 03

No musical *"Rent"*, uma música destaca que um ano pode ser medido em momentos significativos, como dias, beijos, risos ou refrigerantes bebidos, a fim de mostrar que cada momento é valioso. Considerando que um ano tem 365 dias, podemos medir um ano em quantos minutos?

A) 365.000 minutos
B) 438.000 minutos
C) 525.600 minutos
D) 550.000 minutos
E) 600.000 minutos



Comentários: Para resolver esta questão, primeiro precisamos converter o número escrito por extenso em formato numeral para, por fim, realizar a subtração entre a nova quantidade de livros e a inicial da biblioteca para encontrar a quantidade de livros doados..

Vamos converter os dias em horas. Se 1 dia tem 24 horas, 365 dias tem quantas horas? Uma das maneiras de fazer isso é por regra	1 dia ------ 24 horas 365 dias ------ x horas

de 3.	$x = 24 \cdot 365$ $x = 8760$
Sabendo agora que 365 dias tem 8760 horas e que uma hora tem 60 minutos, vamos converter essas horas em minutos. Se 1 hora tem 60 minutos, 8760 horas tem quantos minutos?	1 hora ------ 60 min 8760 horas ------ y min $y = 60 \cdot 8760$ $y = 525600$
Resultado Final	525.600 minutos

Assim, concluímos que 1 ano tem 525.600 minutos, como indica o item C.

Sim! Você pode fazer multiplicando diretamente também! $365 \cdot 24 \cdot 60$ e também encontrará esse resultado.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

(ENEM) Definem-se o dia e o ano de um planeta de um sistema solar como sendo, respectivamente, o tempo que o planeta leva para dar 1 volta completa em torno de seu próprio eixo de rotação e o tempo para dar 1 volta completa em torno de seu Sol.
Suponha que exista um planeta Z, em algum sistema solar, onde um dia corresponde a 73 dias terrestres e que 2 de seus anos correspondam a 1 ano terrestre. Considere que 1 ano terrestre tem 365 de seus dias. No planeta Z, seu ano corresponderia a quantos de seus dias?

A) 2,5 B) 10 C) 730 D) 13.322,5 E) 53.290

Questão 02

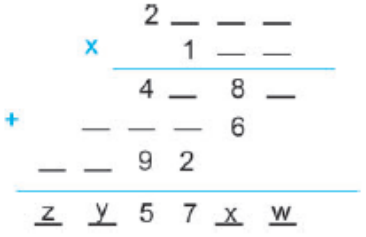
(ENEM) O calendário maia apresenta duas contagens simultâneas de anos, o chamado ano Tzolkim, composto por 260 dias e que determinava o calendário religioso, e o ano Haab, composto por 365 dias e que determinava o calendário agrícola. Um historiador encontrou evidências de que gerações de uma mesma família governaram certa comunidade maia pelo período de 20 ciclos, sendo cada ciclo formado por 52 anos Haab. (Disponível em: www.suapesquisa.com. Acesso em: 20 ago. 2014.)

De acordo com as informações fornecidas, durante quantos anos Tzolkim aquela comunidade maia foi governada por tal família?

A) 741 B) 1.040 C) 1.460 D) 2.100 E) 5.200

Questão 03

O esquema a seguir indica o algoritmo da multiplicação aplicado à multiplicação de um número inteiro de três algarismos por outro de quatro algarismos, resultando em um número inteiro de seis algarismos.



O valor de x – w + z – y é:

A) 1. B) 2. C) 3. D) 4. E) 5.

Questão 04

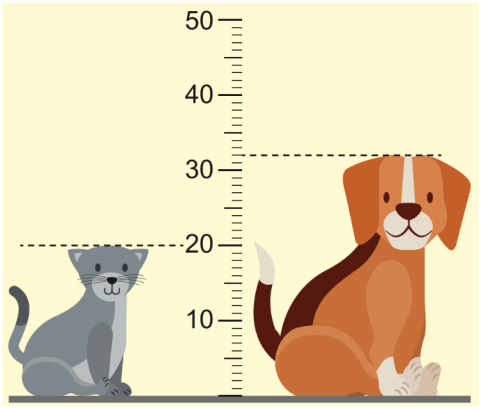
(ENEM) O ciclo de atividade magnética do Sol tem um período de 11 anos. O início do primeiro ciclo registrado se deu no começo de 1755 e se estendeu até o final de 1765. Desde então, todos os ciclos de atividade magnética do Sol têm sido registrados.

No ano de 2101, o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número

A) 32. B) 34. C) 33. D) 35. E) 31.

Questão 05

(OBMEP) As alturas do gato e do cachorro estão indicadas na figura. Quantos centímetros o cachorro mede a mais do que o gato?



A) 12. B) 16. C) 22. D) 26. E) 32.

SAIBA MAIS

1. **Introdução ao valor posicional**
   https://pt.khanacademy.org/math/early-math/cc-early-math-place-value-topic/cc-early-math-tens/v/place-value-introduction
2. **Números naturais e divisibilidade**
   https://pt.khanacademy.org/math/early-math/cc-early-math-place-value-topic/cc-early-math-tens/v/place-value-introduction
3. **Conjunto dos números naturais**
   https://youtu.be/nbbdLEJc0ao

AULA 18	Aprofundando a Resolução de Problemas com Operações Fundamentais

Prezada/o estudante,

Nesta aula você aprenderá a **resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.** Desta maneira, para alcançar este objetivo, sugerimos que você siga o roteiro a seguir:

ROTEIRO DE ESTUDO		
PASSOS	ATIVIDADES	CHECK
1º	Inicie lendo a seção **PONTO DE PARTIDA** para relembrar o que falamos na aula passada.	☐
2º	Assista aos vídeos Multiplicação e Divisão do professor Bruno Vianna no Portal da Matemática na seção **EI, PSIU!**	☐
3º	Depois, leia a seção **PARA COMPREENDER** para ver alguns exemplos de questões e aprofundar sobre como resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.	☐
4º	Finalize resolvendo as questões propostas na seção **APROFUNDANDO O CONHECIMENTO.**	☐
5º	Não esqueça de tirar dúvidas com sua/seu professora/or e de fazer a **AUTOAVALIAÇÃO.**	☐
6º	Tire dúvidas com sua/seu professora/or.	

PONTO DE PARTIDA

1. Leia atentamente o problema: compreenda todos os detalhes e identifique o que está sendo solicitado.

2. Identifique as operações necessárias: determine se você precisa somar, subtrair, multiplicar ou dividir para resolver a questão.

3. Organize as informações: anote os dados relevantes e, se necessário, crie tabelas ou listas para visualizar melhor os números.

4. Use palavras-chave: fique atento a termos como "total", "diferença", "cada" e "dividir", que indicam as operações a serem utilizadas.

5. Realize os cálculos passo a passo: evite fazer tudo de uma vez; calcule uma operação de cada vez para evitar erros.

6. Verifique suas respostas: revise os cálculos e certifique-se de que a resposta faz sentido no contexto do problema.

7. Pratique regularmente: quanto mais você resolver problemas, mais familiarizado ficará com as operações e suas aplicações.

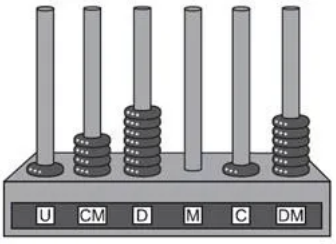
8. Peça ajuda se necessário: não hesite em buscar orientação de professores ou colegas se encontrar dificuldades em entender ou resolver um problema

EI, PSIU!

Para completarmos os estudos através da seção de vídeos disponíveis na plataforma do Portal da Matemática, nos quais contribuem com o aprofundamento da aprendizagem em resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais. Assista às aulas disponíveis em: https://youtu.be/TfgS1MUpLNk, https://youtu.be/eWLDdjOSN2A, https://youtu.be/9lyf6gwoLnw, e https://youtu.be/aT1UFek2G5Y.

PARA COMPREENDER

Questão 01



O ábaco é um antigo instrumento de cálculo que usa notação posicional de base dez para representar números naturais. Ele pode ser apresentado em vários modelos, um deles é formado por hastes apoiadas em uma base. Cada haste corresponde a uma posição no sistema decimal e nelas são colocadas argolas; a quantidade de argolas na haste representa o algarismo daquela posição. Em geral, colocam-se adesivos abaixo das hastes com os símbolos U, D, C, M, DM e CM que correspondem, respectivamente, a unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar, sempre começando com a unidade na haste da direita e as demais ordens do número no sistema decimal nas hastes subsequentes (da direita para esquerda), até a haste que se encontra mais à esquerda.

Entretanto, no ábaco da figura, os adesivos não seguiram a disposição usual. Nessa disposição, o número que está representado na figura é:

A) 46 171. B) 147 016. C) 171 064. D) 460 171. E) 610 741.

Comentários: Fazendo passo-a-passo, ao ponto de organizarmos os adesivos na ordem correta da direita para a esquerda, temos o seguinte:

- ✅ Unidades (U) → 1
- ✅ Dezenas (D) → 7
- ✅ Centenas (C) → 1
- ✅ Unidade de milhar (M) → 0
- ✅ Dezenas de milhar (DM) → 6
- ✅ Centenas de milhar (CM) → 4

Portanto, o número determinado é 460171 e representado na alternativa D.

Questão 02

A soma do sucessor de um número x com o antecessor de 14 é igual a 25. Então, podemos afirmar que o valor de x é:

A) 10. B) 12. C) 13. D) 14. E) 15.



Comentários: O antecessor do número natural 14 é 13. Organizando as ideias e escrevendo com o auxílio de uma equação do 1º grau, encontramo o seguinte:

$x + 13 = 25 \longrightarrow x = 25 - 13 \longrightarrow x = 12$

A alternativa correta é B.

Questão 03

(FGV) Para motivar os alunos no aprendizado das operações com números naturais, o professor propôs aos alunos a seguinte brincadeira: ele escolhe um dos alunos voluntários para a brincadeira e pede que o aluno pense em um número natural de 10 a 99. A seguir, o professor pede para o aluno fazer, sucessivamente, as seguintes operações:

1. somar 6 ao número pensado;
2. multiplicar o resultado por 2;
3. subtrair 10 do resultado obtido; e
4. informar ao professor o valor encontrado.

Alguns segundos após, o professor "adivinha" o número pensado pelo aluno. Mariana participa da brincadeira e, após efetuar as operações pedidas pelo professor, informa ter encontrado o número 62.

A soma dos algarismos do número pensado por Mariana é:

A) 12 B) 9 C) 7 D) 5 E) 3



Comentários: Para "adivinhar" o número escolhido pela estudante Mariana, podemos partir do resultado encontrado por ela e fazermos as operações inversas propostas pelo professor.
Vejamos como fazer:

✅ Desconsiderando o 4º comando e iniciando no 3º
O terceiro comando era subtrair 10 do resultado obtido. Logo, vamos somar 10 ao número 62 e encontraremos o resultado 72.
✅ Em seguida, vamos ao 2º comando
O segundo comando era multiplicar por 2. Então, faremos a divisão de 72 por 2. Ao fim da operação, encontramos o resultado 36.
✅ Finalizando a ordem inversa dos comandos, vejamos o 1º.
O primeiro comando era somar 6. Com isso, subtraindo 6 a 36, temos o resultado 30.

Porém, o enunciado pede para determinar a soma dos algarismos do número pensado por Mariana. Ou seja, $3 + 0 = 3$.

A alternativa correta é E.

APROFUNDANDO O CONHECIMENTO

Questão 01

(ENEM) A cada bimestre, a diretora de uma escola compra uma quantidade de folhas de papel ofício proporcional ao número de alunos matriculados. No bimestre passado, ela comprou 6.000 folhas para serem utilizadas pelos 1 200 alunos matriculados. Neste bimestre, alguns alunos cancelaram suas matrículas e a escola tem, agora, 1 150 alunos. A diretora só pode gastar R$ 220,00 nessa compra, e sabe que o fornecedor da escola vende as folhas de papel ofício em embalagens de 100 unidades a R$ 4,00 a embalagem. Assim, será preciso convencer o fornecedor a dar um desconto à escola, de modo que seja possível comprar a quantidade total de papel ofício necessária para o bimestre. O desconto necessário no preço final da compra, em porcentagem, pertence ao intervalo

A) (5,0; 5,5) B) (8,0; 8,5) C) (11,5; 12,5) D) (19,5; 20,5) E) (3,5; 4,0)

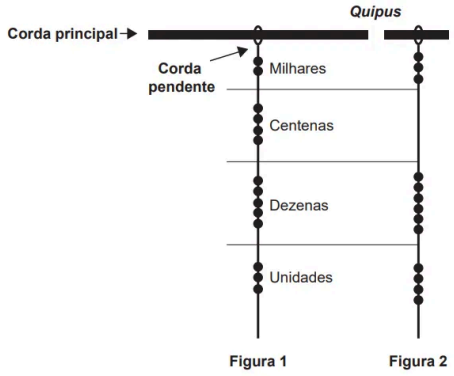
Questão 02

Caminhando 200 metros, um rapaz dá 320 passos. Que distância ele percorre quando dá 800 passos?

A) 500 m. B) 525 m. C) 582 m. D) 625 m. E) 750 m.

Questão 03

(ENEM) Os incas desenvolveram uma maneira de registrar quantidades e representar números utilizando um sistema de numeração decimal posicional: um conjunto de cordas com nós denominado quipus. O quipus era feito de uma corda matriz ou principal (mais grossa que as demais), na qual eram penduradas outras cordas, mais finas, de diferentes tamanhos e cores (cordas pendentes). De acordo com a sua posição, os nós significavam unidades, dezenas, centenas e milhares. Na Figura 1, o quipus representa o número decimal 2453. Para representar o zero em qualquer posição, não se coloca nenhum nó.



Disponível em: www.culturaperuana.com.br. Acesse em: 13 dez. 2012.

O número da representação do quipus da Figura 2, em base decimal, é:

A) 364. B) 463. C) 3064. D) 3640. E) 4603.

Questão 04

Em Pernambuco, uma empresa de turismo organiza pacotes de viagens para grupos de turistas. O valor do pacote é proporcional ao número de pessoas. Se o custo total de certa viagem para 5 pessoas é R$ 3.500,00, e o valor por pessoa não muda com o acréscimo de pessoas, o pacote para 8 pessoas custará:

A) R$ 4.600,00. B) R$ 5.600,00. C) R$ 6.600,00. D) R$ 7.600,00. E) R$ 8.600,00.

Questão 05

Em um projeto para a construção de um teatro municipal, os arquitetos estão avaliando a relação entre a quantidade de fileiras e a quantidade de cadeiras em cada fileira. O projeto inicial prevê uma sala para 304 pessoas. No caso de utilizarem 19 fileiras, o número de cadeiras por fileira será:

A) 14. B) 15. C) 16. D) 13. E) 12.

✓ EU APRENDI...

Prezada/o estudante,

Esta autoavaliação permitirá que você avalie seu próprio aprendizado e identifique pontos que precisam ser aprimorados. Além disso, é uma oportunidade para que você expresse suas necessidades e preocupações em relação a habilidade que está sendo mobilizada.

Habilidades	Não, tenho dificuldades	Um pouco, ainda preciso de ajuda	Sim, consigo fazer sozinho
Capacidade de somar números para encontrar totais ou somar partes de um todo.			
Habilidade de subtrair números para determinar a diferença ou o que resta após uma parte ser removida.			
Aptidão para multiplicar números, o que é útil para calcular totais em grupos ou para resolver problemas de proporcionalidade.			
Capacidade de dividir números para repartir quantidades igualmente ou para descobrir quantas vezes um número cabe em outro.			
Habilidade de fazer aproximações rápidas para facilitar a resolução de problemas sem a necessidade de cálculos exatos.			
Capacidade de aplicar operações matemáticas de forma sequencial e lógica para chegar a uma solução, analisando as informações disponíveis.			

AULA 19 | Fortalecendo Habilidades para a Prova Final

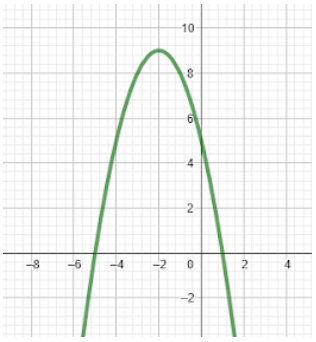
Prezada/o estudante,

O objetivo desta aula é **fortalecer o desenvolvimento das habilidades mobilizadas nas aulas passadas por meio da resolução de questões**. Desta maneira, para alcançarmos este objetivo, disponibilizamos a seguir, duas questões sobre as seguintes habilidades:

Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.

Questão 01

Observe o gráfico da função quadrática abaixo.

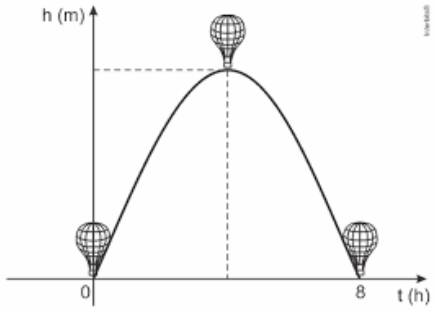


A parábola representada graficamente apresenta um ponto de:

A) mínimo em (9, -2) B) mínimo em (-5,9) C) máximo em (9, -5) D) máximo em (-2,9)

Questão 02

Um balão de ar quente sai do solo às 9 h da manhã (origem do sistema cartesiano) e retorna ao solo 8 horas após sua saída, conforme demonstrado a seguir. A altura h, em metros, do balão, está em função do tempo t, em horas, através da fórmula $h(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 6t$.



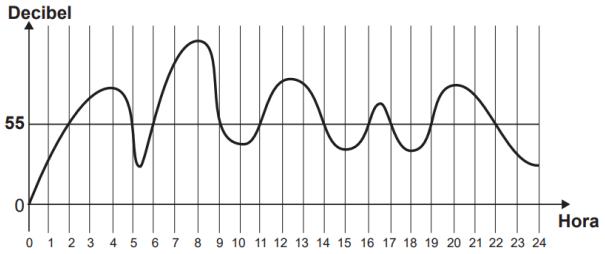
A altura máxima atingida pelo balão é de:

A) 21 m. B) 36 m. C) 8 m. D) 4 m. E) 12 m.

Reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo.

Questão 03

(ENEM) A exposição a barulhos excessivos, como os que percebemos em geral em trânsitos intensos, casas noturnas e espetáculos musicais, podem provocar insônia, estresse, infarto, perda de audição, entre outras enfermidades. De acordo com a Organização Mundial da Saúde, todo e qualquer som que ultrapasse os 55 decibéis (unidade de intensidade do som) já pode ser considerado nocivo para a saúde. O gráfico foi elaborado a partir da medição do ruído produzido, durante um dia, em um canteiro de obras.



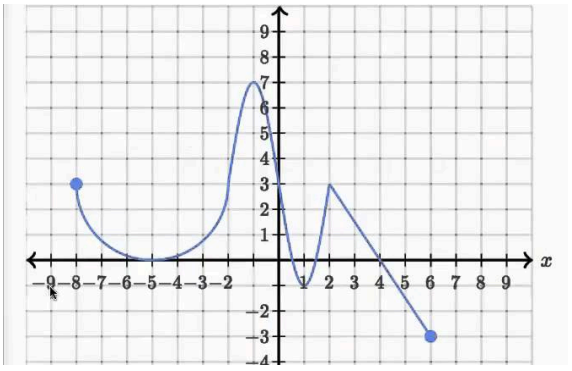
Disponível em: www.revistaencontro.com.br. Acesso em: 12 ago. 2020 (adaptado).

Nesse dia, durante quantas horas o ruído esteve acima de 55 decibéis?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 11 E) 13

Questão 04

Veja o gráfico da função abaixo, cujo conjunto domínio é o intervalo $[-8, 6]$. Após os conceitos e práticas desenvolvidas nos capítulos anteriores, você têm insumos para identificar, graficamente, o ponto de máximo desta função. Portanto, qual par ordenado representa o ponto de máximo no intervalo citado?

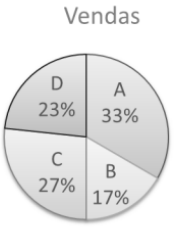


A) (-1, -8) B) (7, -1) C) (6, -3) D) (2, 3) E) (-1, 7)

Determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representam uma situação com dados fornecidos textualmente.

Questão 05

Uma empresa está disposta a investir visando ao crescimento das vendas e, para isso, deseja estudar quais os itens mais vendidos de sua linha de fabricação, que está disposta no gráfico ao lado:

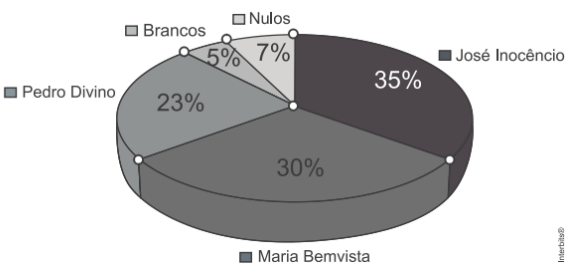


A empresa realizará o investimento em duas linhas de produtos, aquelas que têm maiores participações em suas vendas. Então, é CORRETO afirmar que estas são as linhas:

A) C e D. B) A e B. C) A e C. D) A e D. E) B e C.

Questão 06

(IFSP) Numa pesquisa dos candidatos a prefeito de uma cidade, têm-se os candidatos Pedro Divino, Maria Bemvista e José Inocêncio. Com relação ao gráfico das intenções de votos, a seguir, se a cidade possui 50.000 eleitores, o número de votos do candidato mais cotado será:



A) 7000. B) 11500. C) 15000. D) 17500. E) 20000.

Determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano.

Questão 07

Um atleta A faz um determinado percurso em 52 minutos, ao passo que um atleta B faz o mesmo percurso em 1 hora e 8 minutos. Qual a razão entre os tempos gastos pelos atletas A e B?

A) $\frac{13}{17}$ B) $\frac{17}{13}$ C) $\frac{3}{17}$ D) $\frac{7}{17}$ E) $\frac{52}{18}$

Questão 08

Certo doce utiliza 3 copos de leite para a produção de 80 unidades. Se a razão entre o número de doces produzidos e o número de copos de leite utilizados for constante, quantos copos de leite serão necessários para se produzirem 720 doces?

A) 27 B) 28 C) 29 D) 30 E) 31

Determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste.

Questão 09

(UECE) Em 2 de junho de 2008, um investidor comprou ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. Neste dia o IBOVESPA, índice que mede o valor das ações, estava em 71897. No dia 18 de agosto, com a crise do mercado americano, o investidor vendeu suas ações por R$ 120.000,00, quando o IBOVESPA atingiu o valor de 53.327. Supondo que o valor das ações acompanhou o IBOVESPA, o investidor na operação teve, aproximadamente:

A) prejuízo de R$ 30.994,00.
B) prejuízo de 34,82% sobre o valor de compra.
C) ganho de 18.570 pontos.
D) prejuízo de 25,83% sobre o valor de venda.
E) prejuízo de R$ 41787,00.

Questão 10

(PUC-RJ) Fiz em 50 minutos o percurso de casa até a escola. Quanto tempo gastaria se utilizasse uma velocidade 20% menor? Indique a opção que apresenta a resposta correta.

A) 65 minutos.
B) 41 minutos e 40 segundos.
C) 60 minutos.
D) 62 minutos e 30 segundos.
E) 50 minutos e 20 segundos.

Resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.

Questão 11

(ENEM) Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para digitação do código secreto a cada tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundo, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a:

A) 300. B) 420. C) 540. D) 660. E) 1.020.

Questão 12

O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido por "relógio de luz", é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:



Disponível em: <http://www.enersul.com.br>.
Acesso em: 26 abr. 2010.

A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por 4 algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro.
O número obtido pela leitura em kWh, na imagem, é:

A) 2 614. B) 3 624. C) 2 715. D) 3 725. E) 4 162.

AULA 20 | A Grande Final: Avaliação de Saída

Prezada/o estudante,

Nesta última aula, sua/seu professora/or irá aplicar uma avaliação, que estamos chamando de **AVALIAÇÃO BIMESTRAL/SAÍDA**. Essa avaliação é composta por 13 itens e tem como objetivo avaliar as habilidades mobilizadas durante o semestre. Por isso, é importante que você realize essa avaliação com muita atenção.

Contamos com seu comprometimento e desejamos sucesso em sua caminhada.