

EDUCAÇÃO DE
JOVENS E ADULTOR

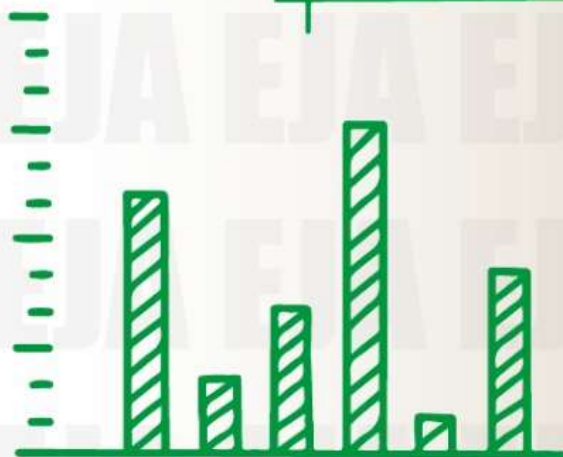
MATERIAL DIDÁTICO ESTRUTURADO
MATEMÁTICA E SUAS
TECNOLOGIAS

E J A

#foco
na Aprendizagem

2024

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Todos os direitos reservados à
Secretaria da Educação do Estado do Ceará - Centro Administrativo Governador
Virgílio Távora.
Av. General Afonso Albuquerque Lima, S/N – Cambeba, Fortaleza/CE - CEP: 60.822-325.
Ano de Publicação: 2024.

Elmano de Freitas da Costa
Governador

Eliana Nunes Estrela
Secretária da Educação

Emanuele Grace Kelly Santos Ferreira
**Secretária Executiva de Cooperação com
os Municípios**

Helder Nogueira Andrade
**Secretário Executivo da Equidade,
Direitos Humanos, Educação
Complementar e Protagonismo Estudantil**

Maria Jucineide da Costa Fernandes
**Secretária Executiva do Ensino Médio e
Profissional**

Ciza Viana Moreira
**Secretária Executiva de Gestão
da Rede Escolar**

José Iran da Silva
**Secretária Executiva de Planejamento e
Gestão Interna da Educação**

Gezenira Rodrigues da Silva
**Coordenadora de Educação de
Tempo Integral – COETI**

Ideigiane Terceiro Nobre
**Coordenadora de Gestão Pedagógica
do Ensino Médio – COGEM**

Kelem Carla Santos de Freitas
**Coordenadora de Acompanhamento e
Desenvolvimento Escolar para
Resultados na Aprendizagem – COADE**

Rodolfo Sena da Penha
**Coordenador da Educação Profissional
– COEDP**

Edite Maria Lopes Lourenço
**Coordenadora Estadual de
Formação Docente e Educação a
Distância – CODED/CED**

Jorge Herbert Soares de Lira
Cientista Chefe da Educação

FICHA TÉCNICA

Ideigiane Terceiro Nobre
Maria da Conceição Alexandre Souza
Izabelle de Vasconcelos Costa
Coordenadores da Elaboração

Plácido Anthony Lima Martins Queiroz
Elaborador da Área de Matemática e suas Tecnologias

Herman Wagner de Freitas Regis
Maria Thereza Machado Fiuza
Revisão e organização de texto

Jacqueline Rodrigues Moraes
Diagramação e Organização Didática

Carmen Mikaele Barros Marciel
Sâmia Luvanice Ferreira Soares
Thaissa Martins Lima
Transposição Didática

Gleudson Sales Melo
Lindemberg Souza Correia
Design Gráfico

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C387m Ceará, Secretaria da Educação do
Material Didático Estruturado Matemática e suas
Tecnologias/ Secretaria da Educação do Ceará. - Fortaleza: SEDUC,
2024.

Livro eletrônico
ISBN 978-85-8171-551-3 (E-book)
114 p. :il.
ISBN 978-85-8171-548-3

1. Educação - jovens e adultos. 2. Matemática. I. Título.

CDD: 510



PROPOSTA PEDAGÓGICA

Olá, prezada/o aluna/o!

Este MDE – Material Didático Estruturado do Foco na Aprendizagem para a Educação de Jovens e Adultos - EJA foi, cuidadosamente, elaborado para você exercitar seus conhecimentos na área de Matemática e Suas Tecnologias.

Desse modo, nós da equipe de Matemática fazemos um convite para que você se junte conosco nesta trajetória pedagógica, em busca de interação com os conteúdos que instiguem cada vez mais a inteligência das/os estudantes por meio do uso das tecnologias, com recursos audiovisuais e material de estudos que foram elaborados de forma criativa e dinâmica, com o objetivo de valorizar, envolver e motivar cada uma/um de vocês.

O conteúdo trabalhado neste material foi construído por professoras/es que estão em sua prática pedagógica, vivenciando, em sala de aula, suas demandas e anseios do processo de ensino-aprendizagem. Destacamos que este MDE tem foco no Descritores D16, D19, D28, D50, D53, D57, D64, D65 e D76 (Matriz avaliativa do Spaeece - Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará), por serem estes importantes para o avanço das/os estudantes nos ciclos de aprendizagem de Matemática. Fazem parte de seu conteúdo questões de Avaliações Externas, a citar: Saeb (Sistema de Avaliação da Educação Básica), Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) e Vestibulares.

Agora, apresentamos a estrutura do guia para que você conheça mais este percurso de saberes. Há as seguintes seções: **É importante saber...; Construindo o Saber; Agora vamos exercitar!; Que tal praticar!; e Ampliando o Saber.** Este material pedagógico, além de trazer elementos que possibilitem uma melhor aprendizagem em Matemática e Suas Tecnologias, amplia os conhecimentos tendo uma preocupação com a contextualização de saberes. Desse modo, a orientação didático-pedagógica deste guia tem o objetivo de subsidiar as práticas educativas, auxiliando na execução de uma educação de qualidade, buscando contribuir com o processo de ensino-aprendizagem e propiciando à/ao educanda/o uma formação integral.

Então, bons estudos!

Equipe de Matemática e Suas Tecnologias – Foco na Aprendizagem - EJA



SUMÁRIO

Aula 01 - D16 - Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.....	05
Aula 02 - D19 - Resolver problemas envolvendo juros simples.....	19
Aula 03 - D57 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.....	29
Aula 04 - D28 - Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial de 1º grau	40
Aula 05 - D50 - Resolver situação problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo.....	57
Aula 06 - D53 - Resolver situação problema envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente.....	74
Aula 07 - D64 - Resolver problema utilizando as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e de volume.....	85
Aula 08 - D65 - Calcular o perímetro de figuras planas numa situação problema.....	96
Aula 09 - D76 - Associar informações apresentadas em listas e/ ou tabelas aos gráficos que as representam, e vice-versa.....	105
Gabarito	126

AULA 1 Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.

É importante saber...

- Conhecer o básico sobre o conjunto dos números naturais (0, 1, 2, 3,...) e os números inteiros (positivos e negativos);
- Realizar as operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais e inteiros;
- Comparar números naturais, inteiros e racionais;
- Realizar o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) de dois ou mais números.

Construindo o saber!

1. Fração

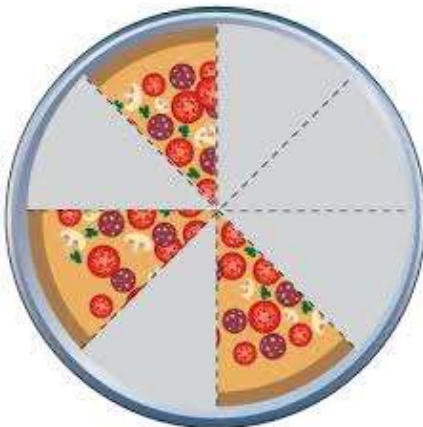
“O pai de Abdul deixou 35 camelos para serem divididos entre os três irmãos, sendo que o mais velho Adib receberá $\frac{1}{2}$ (a metade), o filho do meio Badih receberá $\frac{1}{3}$ (um terço) e Abdul, o filho caçula receberá $\frac{1}{9}$ (um nono) dos camelos.”

Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/arquivos/1304/camelos-guia.pdf>

Esta é uma versão de um problema bem conhecido, de um livro famoso chamado: “O Homem que calculava” de Malba Tahan, pseudônimo de Júlio César de Mello Souza, escritor e professor de matemática.

1.1. Noção de Fração

No parágrafo acima, foram utilizadas expressões matemáticas como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{9}$. Esses números são chamados de frações ou números fracionários. Eles são utilizados para expressar quantidades, considerando uma ou mais partes de um inteiro. Por exemplo:



Fonte da imagem: <https://www.media4math.com/library/math-clip-art-equivalent-fractions-pizza-slices-three-eighths-f>

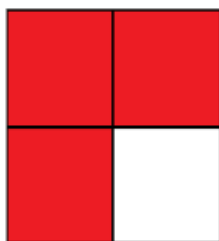
Ao comer 5 fatias de uma pizza grande, que normalmente é dividida em 8 pedaços, significa que comeram $\frac{5}{8}$ (cinco oitavos) da pizza. Já se for para representar a quantidade de pedaços que ainda restam para comer, seria $\frac{3}{8}$ (três oitavos).

Veja outros exemplos:

- A figura foi dividida em 7 partes iguais, como 2 delas foram preenchidas em azul, representamos assim: $\frac{2}{7}$ (lemos: “dois sétimos”)



- A figura foi repartida em 4 partes iguais, onde 3 delas foram coloridas de vermelho, temos assim, a fração: $\frac{3}{4}$ (lê-se: “três quartos”)

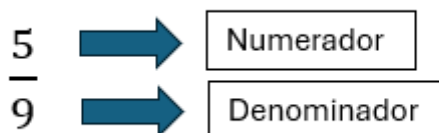


Portanto, de maneira geral, podemos definir que:

Dados dois números naturais representados pelas letras a e b , sendo $b \neq 0$ (b não pode ser zero), sendo escritos na forma $\frac{a}{b}$, representam uma fração, onde:

- b é o denominador, que indica a quantidade de partes iguais que o inteiro foi dividido;
- a é o numerador, que indica quantas partes foram selecionadas;

Veja:



1.2 Leitura de Frações

Para realizar a leitura de uma fração, primeiro falamos o numerador, e logo depois pronunciamos o denominador, que recebe um nome especial em diferentes casos. Veja cada um deles:

- Para frações com denominadores de 2 a 9:

Denominador	2	3	4	5	6	7	8	9
Leitura	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono

- Para frações de denominadores com potências de base 10:

Denominador	10	100	1000	...
Leitura	décimo	centésimo	milésimo	...

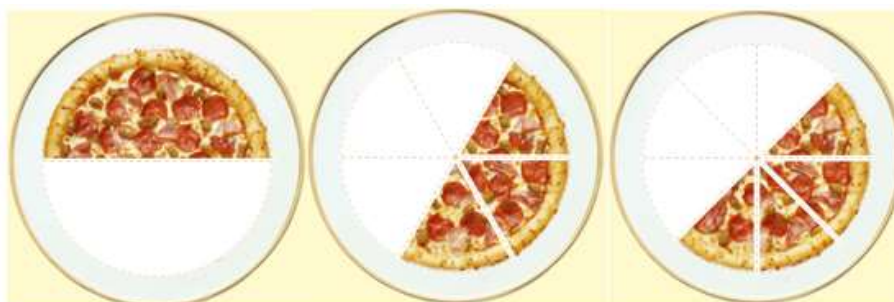
- Nos demais casos:

Lê-se o numerador, depois o denominador, seguido da palavra “avos”.

Exemplo: $\frac{7}{15} \rightarrow$ “sete quinze avos”

1.3 Frações Equivalentes

São frações que representam a mesma parte de um inteiro, ou seja, representam a mesma quantidade. Imagine uma pizza que foi cortada em dois pedaços, onde Ana comeu um pedaço de pizza. Agora, uma outra pizza do mesmo tamanho foi cortada em 6 pedaços iguais, sendo que Beatriz comeu 3 pedaços de pizza. E por fim, uma terceira pizza, também do mesmo tamanho foi repartida em 8 pedaços iguais, só que Carolina comeu 4 pedaços. Quem comeu mais? Ana, Beatriz ou Carolina?



A imagem responde bem ao questionamento. É claro que as três comeram a mesma quantidade de pizza. Portanto, dizemos que as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ são **equivalentes**.

Frações que representam a mesma quantidade de um inteiro são denominadas **frações equivalentes**.

1.3.1 Propriedades das frações equivalentes

Ao dividir ou multiplicar o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número, obtemos uma fração equivalente. Observe:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8} \quad \frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$$

Provando mais uma vez que as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ são **equivalentes**.

1.4 Simplificação de frações

Simplificar uma fração consiste em obter uma fração equivalente com numerador e denominador reduzidos em relação à primeira fração. Veja:

$$\frac{60}{90} = \frac{60 \div 2}{90 \div 2} = \frac{30 \div 3}{45 \div 3} = \frac{10 \div 5}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$$

Quando a fração não pode mais ser simplificada, dizemos que ela está na sua forma **irredutível**.

1.5 Comparação de frações

Existem três situações em que adotamos procedimentos diferentes ao compararmos frações.

1.5.1 Quando os denominadores são iguais

Se as frações possuem o mesmo denominador, é fácil perceber que a fração que conter o maior numerador, será a maior fração. Veja:



Fonte da imagem: <https://matematicanaweb.com.br/assuntos/conjunto-dos-numeros-rationais-absolutos/comparacao-de-numeros-fracionarios/>

A fração $\frac{4}{5}$ possui mais partes do que a fração $\frac{2}{5}$. Já que elas representam partes do mesmo inteiro, pode-se concluir que $\frac{4}{5} > \frac{2}{5}$.

1.5.2 Quando os numeradores são iguais

Voltemos à situação da pizza. Imagine que Lucas comeu 3 fatias de uma pizza, que foi dividida em 8 fatias iguais. Já o Matheus também comeu 3 pedaços de pizza, só que de uma outra, de mesmo tamanho, mas cortada em 6 pedaços iguais. Quem comeu mais pizza? Lucas ou Matheus?

Como a pizza do Matheus foi repartida em uma quantidade de pedaços menor, foi ele quem comeu mais. Logo, $\frac{3}{6} > \frac{3}{8}$. Neste caso, sempre em que as frações possuírem o mesmo numerador, a **fração maior** será aquela com **menor denominador**.

1.5.3 Frações com numeradores e denominadores diferentes

Para comparar frações com denominadores e numeradores diferentes, você pode seguir um dos métodos a seguir:

→ **Método 1:** Encontrar um denominador comum

Vamos comparar as seguintes frações: $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$

- ◆ Primeiro, encontre o menor número que seja múltiplo de ambos os denominadores.
 - Os múltiplos de 4 são: 4, 8, 12, 16, 20, ...
 - Os múltiplos de 6 são: 6, 12, 18, 24, 30, ...
 - O Mínimo Múltiplo Comum (MMC) de 4 e 6 é 12.
- ◆ Reescreva as frações com o mesmo denominador. Converta cada fração para uma fração equivalente com o denominador comum encontrado. Multiplique o numerador e o denominador de cada fração pelo mesmo número para obter frações equivalentes com denominadores iguais.
 - Agora reescreva as frações com denominador 12:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

- ◆ Depois de reescrever as frações com o mesmo denominador, compare os numeradores. A fração com o numerador maior será a maior fração.
 - De acordo com o que foi apresentado na seção 1.5.1, é possível observar que $\frac{10}{12} > \frac{9}{12}$, logo, podemos concluir que $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$.

→ **Método 2:** Transformar em números decimais

- ◆ Converta cada fração para a forma decimal dividindo o numerador pelo denominador.
- ◆ Compare os valores decimais resultantes.

Vamos usar o mesmo exemplo anterior:

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$$

$$\frac{5}{6} = 5 \div 6 = 0,8333 \dots$$

Como 0,8333... é maior que 0,75, então $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$.

1.6 . Fração de uma quantidade

Como já foi dito, as frações são uma maneira de representar partes de um todo. Quando dividimos algo em partes iguais, cada parte é uma fração do todo.

Para entender frações de uma quantidade, pense no total como o "todo" e a fração como uma parte desse total. Por exemplo, se você tem 12 maçãs e quer saber o que é $\frac{1}{3}$ dessas maçãs, você está perguntando quantas maçãs formam um terço do total de 12.

Para calcular frações de uma quantidade, você pode seguir estes passos:

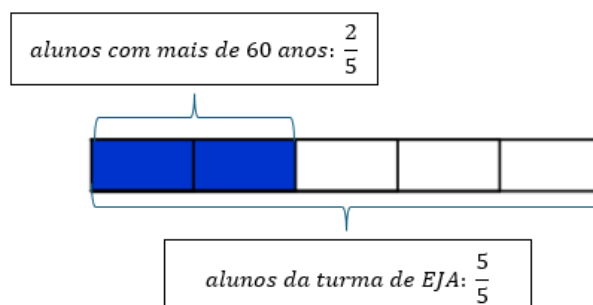
1. Identifique a fração que você quer calcular.
2. Dividir a quantidade total pelo denominador da fração.
3. Multiplicar o resultado pelo numerador da fração.



Para aprender a calcular a fração de uma quantidade, vamos considerar as seguintes situações:

→ Situação-Problema 1:

Em uma certa turma de EJA, existem 40 alunos matriculados regularmente. Cerca de $\frac{2}{5}$ dos alunos possuem mais de 60 anos. Quantos alunos possuem idade inferior a 60 anos?



Ao representar a fração $\frac{2}{5}$ graficamente, podemos fazer uma suposição, em que cada parte da fração é como se fosse uma fila de cadeiras da sala de aula, onde duas das cinco filas são ocupadas por estudantes com mais de 60 anos.

Sendo assim, para sabermos a quantidade de alunos por fila, basta fazer $40 \div 5 = 8$. Como cada fila possui 8 alunos, então duas delas possuem $8 \times 2 = 16$ estudantes que possuem mais de 60 anos.

Método Prático: Dividir pelo denominador ($40 \div 5$) e depois multiplicar pelo numerador (8×2).

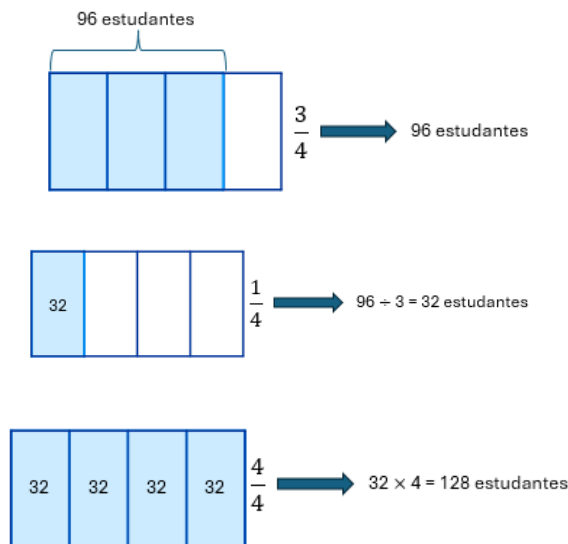


→ Situação-Problema 2:

Uma escola funciona no turno noturno apenas com a modalidade de ensino EJA. Foi feita uma pesquisa com os

alunos e constatou-se que $\frac{3}{4}$ da turma espera concluir o ensino médio, com o objetivo de conseguir um emprego de melhor qualidade, o que corresponde a 96 estudantes. Quantos alunos estudam a noite nesta escola?

A fração $\frac{3}{4}$ corresponde a 96 estudantes.



Portanto, a quantidade total de alunos é 128.

OBS: Veja que na situação-problema 1 a fração foi calculada como sendo a parte de um todo: $\frac{2}{5}$ dos 40 alunos. Nesse caso, o procedimento prático adotado é dividir pelo denominador e multiplicar pelo numerador. Já na situação-problema 2, a fração $\frac{3}{4}$ corresponde a 96 estudantes, o que nos leva a dividir pelo numerador e multiplicar pelo denominador.

1.7. Fração → Decimal

Apenas dividindo o numerador pelo denominador, obtemos a representação decimal de um número fracionário. Veja alguns exemplos:

- $\frac{1}{8} = 0,125$
- $\frac{3}{16} = 0,1875$
- $\frac{2}{15} = 0,1333...$

No último exemplo, temos uma situação em que a divisão não tem fim, denominada **dízima periódica**. Falaremos mais adiante sobre ela.

1.8. Decimal → Fração

Agora vamos fazer o procedimento inverso ao que foi feito anteriormente. Como transformar um número decimal em fração?

Existem três tipos de decimais:

- I. Decimal exato ou finito;
- II. Decimal infinito e periódico;
- III. Decimal infinito e não periódico;

Apenas os dois primeiros são considerados números racionais. Mas o que é um número racional? É todo número que pode ser escrito na forma de fração. Para uma definição com maior rigor matemático, temos:

Um número racional é aquele que pode ser representado por uma fração do tipo $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros, com $b \neq 0$.

1.8.1 Decimal exato para fração

Quando o número apresentar casas decimais finitas:

1. **Determinar o número de casas decimais:** Conte quantas casas decimais o número tem. Por exemplo, se o número for 0.25, ele tem duas casas decimais.
2. **Converter as casas decimais em fração:** Cada casa decimal representa uma potência de 10 no denominador da fração. Por exemplo, se o número tiver duas casas decimais (como 0.25), você colocará 100 (ou 10 elevado ao número de casas decimais) no denominador.
3. **Simplificar, se possível:** Se necessário, simplifique a fração resultante dividindo o numerador e o denominador pelo maior divisor comum.

Exemplos:

$$0,7 = \frac{7}{10}$$

$$0,28 = \frac{28}{100} = \frac{28 \div 4}{100 \div 4} = \frac{7}{25}$$

$$0,001 = \frac{1}{1000}$$

1.8.2 Decimal infinito e periódico para fração

O método anterior não funciona para as dízimas periódicas, que são classificadas em simples e compostas. Uma dízima composta apresenta pelo menos um número que não se repete na parte decimal, já a simples, não existem números que não se repetem na parte decimal.

Existe um método mais prático para transformar uma dízima periódica em fração. Vamos usar como exemplo a dízima $3,12\overline{5}$. Veja como funciona:

1. Para construir o numerador de uma fração, toma-se a parte que não se repete da dízima periódica, junto com a parte que se repete da mesma, sem a vírgula, formando assim o número:

$$3125$$

2. O número formado anteriormente será subtraído pela parte que não se repete da dízima, formando assim o numerador da fração geradora da dízima, também chamada de fração geratriz. Observe:

$$3125 - 312 = 2813$$

3. Para a construção do denominador será observada apenas a parte inteira da dízima. Primeiramente, para cada algarismo do período (parte que se repete) será acrescentado um nove ao denominador. Depois, para cada algarismo que não se repete (apenas na parte decimal), será acrescentado um zero.

$$\frac{3125 - 312}{900}$$

Veja que, um 9 é referente ao 5 (período da dízima), e os dois zeros, referem-se aos números 1 e 2 (números da parte decimal que não se repetem).

4. Construída a fração, agora verifique se é possível simplificá-la. Em caso positivo, simplifique-a até a sua forma irredutível.

$$\frac{3125 - 312}{900} = \frac{2813}{900}$$

Mais exemplos:

- $1,222... = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$
- $0,353535... = \frac{035-0}{99} = \frac{35}{99}$
- $2,1555... = \frac{215-21}{90} = \frac{194}{90} = \frac{194 \div 2}{90 \div 2} = \frac{97}{45}$

1.8.3 Decimal infinito e não periódico para fração

Neste caso, trata-se de números não racionais, chamados de **irracionais**. São números que não podem ser representados na forma de fração. Veja alguns exemplos:

- $\sqrt{2} = 2,2360679775...$
- $\sqrt[3]{5} = 1.70997594668 ...$
- $\pi = 3.14159265359 ...$

Portanto, um número irracional apresenta casas decimais infinitas, sem padrão de repetição. Um dos números irracionais mais famosos é o π (“pi”), conheça mais sobre ele na seção mais adiante: “**Ampliando o saber**”.

1.9 Operações com números decimais

Os números decimais estão presentes com muita frequência em nosso cotidiano. Quando vamos às compras, os preços de itens de lojas, valores de troco em transações comerciais, onde os números decimais são usados para representar os centavos. Outro exemplo bem comum é em medidas como a altura de uma porta, o peso de um objeto, ou a distância entre dois pontos.

Portanto, devido a importância do assunto, nesta seção será apresentado as principais operações com números decimais.

1.9.1 Adição e subtração de números decimais

Para somar ou subtrair números decimais o procedimento é praticamente o mesmo do que é feito com os números naturais. A conta a ser realizada deve ser armada, posicionando os números verticalmente um abaixo do outro, com uma única diferença: a vírgula deve estar sempre alinhada, ou seja, a vírgula de um número sobre a vírgula do outro, assim, todas as ordens dos numerais estarão alinhadas automaticamente. Veja alguns exemplos:

$$\begin{array}{r} 2,1 \\ + 3,4 \\ \hline 5,5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4,8 \\ + 2,4 \\ \hline 7,2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8,00 \\ - 3,15 \\ \hline 4,85 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7,5 \\ - 4,4 \\ \hline 3,1 \end{array}$$

Observe que mesmo sendo uma subtração com reserva, a maneira de resolver permanece a mesma, mas com uma preocupação a mais, de deixar os números vírgula abaixo de vírgula.

1.9.2 Multiplicação de números decimais

Diferente da adição e da subtração, na multiplicação não há necessidade de alinhar a vírgula dos números a serem multiplicados.

Multiplique os números como se eles fossem inteiros, ignorando os decimais. Ignore a vírgula temporariamente e faça a multiplicação normalmente, como faria com números inteiros. Conte o total de casas decimais dos fatores originais. Some os números de casas decimais dos dois números que você está multiplicando. Por fim, coloque a vírgula no resultado final de forma que haja o número correto de casas decimais. Veja:

$$\begin{array}{r} 32,90 \longrightarrow 2 \text{ casas decimais} \\ \times 1,5 \longrightarrow 1 \text{ casa decimal} \\ \hline 16450 \\ + 32900 \\ \hline 49,350 \longrightarrow 3 \text{ casas decimais} \end{array}$$

Fonte da imagem: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/numeros-decimais.htm>

Observe que no exemplo acima, inicialmente é como se a multiplicação fosse de 3290 por 15. Apenas quando concluído os cálculos é que se acrescenta a vírgula, que será posicionada de maneira que o resultado final tenha a quantidade de casas decimais obtida pela soma das casas decimais dos números multiplicados.

1.9.3 Divisão de números decimais

Vamos classificar em dois casos:

- I. **Quociente Decimal:** quando dividendo e divisor são números inteiros, mas o quociente (resultado) é um número decimal.

$$\begin{array}{r} 201 \overline{) 450} \\ \underline{-201} \\ 0100 \\ \underline{-000} \\ 1000 \\ \underline{-0800} \\ 0200 \\ \underline{-2000} \\ 0000 \end{array}$$

Fonte da imagem: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/numeros-decimais.htm>

Observe que a princípio a divisão ocorre como tradicionalmente. Quando o resultado da divisão não é exato, ou seja, apresenta resto, então acrescentamos um ou mais zeros no resto da divisão, a fim de continuá-la. Esse procedimento se repete até que o resto seja igual a zero, chegando assim ao final da divisão.

É importante lembrar que em alguns casos a divisão não chegará ao resto zero, pois o resultado das subtrações irão se repetir em um certo padrão. Como já foi falado anteriormente, essas divisões são chamadas de dízimas periódicas.

II. **Divisão de Decimais:** quando pelo menos um dos dois (dividendo ou divisor) é um número decimal.

Neste caso, antes de iniciar o algoritmo da divisão, se faz necessário igualar as casas decimais. Por exemplo, vamos dividir 4,56 por 1,2. Antes de iniciar a divisão, iguale o número de casas decimais do divisor e do dividendo. No nosso exemplo, o dividendo (4,56) tem duas casas decimais e o divisor (1,2) tem uma casa decimal. Para igualar, multiplique ambos os números por 100, para que o divisor e o dividendo tenham o mesmo número de casas decimais e que ambos se tornem números inteiros. Veja:

$$4,56 \times 100 = 456$$

$$1,2 \times 100 = 120$$

Agora, basta efetuar a divisão de 456 por 120, pois terá o mesmo resultado que dividir 4,56 por 1,2.

É importante ressaltar, que o número com a maior quantidade de casas decimais define como e por quanto iremos multiplicar o divisor e o dividendo. Se for uma casa decimal, multiplica-se por 10, se forem 2, multiplicamos por 100, sendo 3, por 1000 e assim por diante.

Agora vamos exercitar!

Um marceneiro ao medir uma tábua de madeira percebeu que ela mede 2,6 m. Qual a fração correspondente a esse valor?

- a) 13/50
- b) 26/100
- c) 13/26
- d) 13/5

Resolução Comentada:

O número 2,6 possui uma casa decimal, logo:

$$2,6 = \frac{26}{10} = \frac{26 \div 2}{10 \div 2} = \frac{13}{5}$$

Resposta correta: item **D**.

Regina, Bruno, Carlos e Mariana participaram de uma olimpíada de Matemática. Do total das questões propostas, Regina acertou $\frac{2}{5}$, Bruno acertou $\frac{1}{2}$, Carlos acertou $\frac{3}{8}$ e Mariana acertou $\frac{2}{4}$. Houve um empate entre dois deles. Identifique os dois participantes que acertaram o mesmo número de questões.

- a) Regina e Bruno
- b) Bruno e Carlo
- c) Carlos e Mariana
- d) Bruno e Mariana

Solução Comentada:

Ao simplificarmos a fração $\frac{2}{4}$, temos:

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

Portanto, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ são frações equivalentes.

Resposta correta: item **D**.

Que tal praticar!

1. Complete a tabela, escrevendo a fração irredutível correspondente a cada número decimal e vice-versa:

Fração	Número Decimal
$\frac{7}{100}$	
	0,45
$\frac{3}{8}$	
	0,013
$\frac{1}{3}$	
	0,1232323...

2. Um grupo de 25 alunos de uma turma de Matemática corresponde a que fração do total de alunos da escola, sabendo que a escola possui 200 alunos?

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{8}$
- c) $\frac{1}{10}$
- d) $\frac{1}{12}$
- e) $\frac{1}{16}$

3. Uma biblioteca possui 15.000 livros. Se $\frac{1}{4}$ desses livros forem de literatura, quantos livros de literatura a biblioteca possui?

- a) 2.000
- b) 3.000
- c) 3.500
- d) 3.750
- e) 4.000

4. (SARESP) - A representação fracionária do número 0,25 é:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{1}{5}$

5. (SARESP) - O resultado de $0,9 \times 0,08$ é:

- a) 7,2
- b) 0,72
- c) 0,072

d) 0,0072

6. Em um recipiente, há 1 litro de água. Se $\frac{1}{5}$ desse volume for retirado, quanto restará de água no recipiente?

- a) 500 ml
- b) 600 ml
- c) 700 ml
- d) 800 ml
- e) 900 ml

7. (ENCCEJA) Estudo feito com 1220 adolescentes norte-americanos aponta que redes sociais estão substituindo passeios com colegas. Três quartos desses adolescentes dizem que enviam mensagens escritas aos amigos todos os dias.

Disponível em: <http://oglobo.globo.com>. Acesso em: 7 ago. 2015 (adaptado).

Dos adolescentes que participaram desse estudo, a quantidade dos que enviam mensagens escritas aos amigos diariamente é

- a) 35.
- b) 105.
- c) 915.
- d) 1 624.

8. (ENCCEJA) Um frasco que continha 3,5ℓ de uma determinada substância trincou-se. Com isso, perderam-se 0,3ℓ de seu conteúdo. O restante da substância que permaneceu no frasco será transferido para recipientes com capacidade de 0,25ℓ cada. A quantidade mínima desses recipientes necessária para acomodar o restante da substância é

- a) 1.
- b) 2.
- c) 13.
- d) 14.

Ampliando o saber

Aprenda mais sobre frações: <https://www.escolagames.com.br/jogos/dividindo-a-pizza>



Conheça mais sobre o número π ("pi"):

<https://www.youtube.com/watch?v=vY6965UdcLI>



AULA 2 Resolver problemas envolvendo juros simples

É importante saber...

- Conhecer os números decimais e frações;
- Utilizar Regra de três simples;
- Aplicar os conhecimentos sobre equações do 1º grau.

Construindo o saber!

Imagine que você está fazendo compras em uma loja e encontra a promoção perfeita: 50% de desconto naqueles sapatos que você estava de olho. Ou pense em como você se sentiria ao saber que o dinheiro que você guardou no banco está crescendo com o tempo, graças aos juros. Esses são exemplos simples, mas poderosos de como porcentagens e juros simples estão presentes em nosso dia a dia, impactando nossas decisões financeiras.

Porcentagem é uma ferramenta matemática que usamos para entender partes de um todo, seja uma fração de um bolo ou a economia nas suas compras. Saber como calcular e entender porcentagens pode ajudar você a tomar decisões mais inteligentes e informadas. Seja na hora de aproveitar um desconto, planejar suas finanças ou entender os impostos, a porcentagem está sempre presente.

“Quando falamos de juros simples, estamos falando de como o dinheiro pode crescer ao longo do tempo. Se você empresta dinheiro a alguém ou atrasa a mensalidade da escola do seu filho, os juros simples ajudam a calcular quanto você vai ganhar ou pagar. Compreender como os juros funcionam pode ajudar você a fazer escolhas melhores sobre como investir seu dinheiro ou qual empréstimo pegar.”

Nesta aula, explore o mundo das porcentagens e dos juros simples. Veja como eles se aplicam a situações reais, como compras, economia doméstica, investimentos e empréstimos. Você vai aprender a calcular descontos, aumentos, economias e ganhos com juros, usando exemplos práticos e fáceis de entender.

1. Porcentagem

A porcentagem é uma ferramenta matemática muito útil no nosso cotidiano, especialmente quando lidamos com dinheiro. Para quem trabalha, seja vendendo, comprando ou até guardando dinheiro, entender a porcentagem pode fazer uma grande diferença.

O conceito de porcentagem está ligado à representação de partes de um total de 100 partes. Por isso, o símbolo “%” é lido como “por cento”. Mas por que a porcentagem é importante?

- Cálculos de juros:** Quando você empresta ou pega dinheiro emprestado, as taxas de juros são expressas em porcentagem. Saber como funcionam ajuda você a

- entender quanto vai pagar ou receber a mais.
- II. **Descontos e promoções:** Nas lojas, os descontos são, geralmente, apresentados em porcentagem. Por exemplo, se uma roupa custa R\$100 e está com 20% de desconto, saber calcular a porcentagem te ajuda a saber quanto você vai pagar.
 - III. **Aumentos de salário:** Se você recebe um aumento de 10% no salário, é importante saber quanto isso representa no seu pagamento total.
 - IV. **Economia doméstica:** Planejar as finanças de casa, como entender o quanto do seu salário está sendo gasto em contas, alimentação, ou outros custos, fica mais fácil com porcentagens.

1.1 Porcentagem - Fração - Decimal

Como a porcentagem é uma fração centesimal, ou seja, com denominador igual a 100. Então, toda taxa percentual pode ser representada em forma de fração, como também na forma decimal. Veja:

- $9\% = \frac{9}{100} = 0,09$
- $87\% = \frac{87}{100} = 0,87$
- $12,5\% = \frac{12,5}{100} = \frac{125}{1000} = 0,125$

1.2 Cálculo da porcentagem

Vamos apresentar diferentes maneiras de realizar o cálculo de uma porcentagem em situações-problema distintas.

→ Situação-problema 1:

Patrício foi a uma loja e viu uma camisa que gostou está com 30% de desconto. O preço original da camisa é R\$ 80,00. Quanto ele pagará pela camisa com o desconto?



Primeiramente, calculamos o valor do desconto:

$$\frac{30}{100} \text{ de } 80 \text{ reais} \rightarrow \frac{\cancel{30}}{\cancel{100}} \cdot \cancel{80} = 3 \cdot 8 = 24 \text{ reais}$$

Neste caso, a porcentagem foi resolvida por fração de uma quantidade. Como os 24 reais representam o desconto a ser aplicado no preço da camisa, então temos que o novo preço reajustado será $80 - 24 = 56$ reais.

→ Situação-problema 2:

Um aluno acertou 80% das questões de uma prova com 25 questões. Quantas questões ele acertou?

$$80\% \text{ de } 25 \rightarrow \frac{80}{100} \cdot 25 = 0,8 \cdot 25 = 20$$

Portanto, o aluno acertou 20 questões da prova. Nesta situação, a porcentagem foi utilizada na sua forma decimal.

→ Situação-problema 3:

Em uma cidade, 35% dos habitantes são jovens. Se a população da cidade é de 20.000 habitantes, quantos jovens há na cidade?

20.000 → 100% (representa o todo)

x → 35% (parte a ser encontrada)

Realizando a regra de três simples, temos:

$$\frac{20.000}{x} = \frac{100}{35} \Rightarrow 100x = 700.000 \Rightarrow x = 700.000 \div 100 \Rightarrow x = 7.000$$

Sendo assim, 35% de 20.000 é igual a 7.000. Portanto, existem 7.000 jovens na cidade.

Foram apresentadas três maneiras diferentes de calcular a porcentagem: usando frações, números decimais e a regra de três. Alguns problemas são mais facilmente resolvidos com a regra de três, enquanto outros são mais simples com frações. Essa habilidade de escolher o método mais adequado é desenvolvida à medida que você ganha experiência na resolução dos problemas. Além disso, a prática constante e a análise de diferentes tipos de questões irão te ajudar a ganhar confiança e agilidade na aplicação das porcentagens em situações cotidianas e financeiras.

1.3 Juro simples

O Comitê de Política Monetária (Copom) do Banco Central (BC) define nesta quarta-feira (02/08) a taxa básica de juros da economia brasileira, a Selic, atualmente a 13,75%.



A expectativa é que a autoridade monetária inicie o ciclo de redução dos juros; a queda esperada pelo mercado deve girar entre 0,25 a 0,50 ponto percentual.

André Perfeito, ex-economista-chefe da Necton Investimentos, assinala que o que está em jogo "não é o curto prazo, mas os vértices mais longos".

Para isso, será preciso atentar "não para o corte em si, mas, na comunicação desse corte (pelo BC)", acrescenta.

"Se o BC iniciar o ciclo com 25 pode indicar que o ajuste será mais longo que o mercado espera uma vez que a velocidade é menor. Se começar com 50, pode indicar que será "um tiro mais curto".

Fonte: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/cx85w0qq3djo>

André Perfeito prevê uma queda de 0,5 ponto percentual, mas ressalva que "duas coisas conspiram para distúrbios na parte longa da curva e com isso um corte menor seja mais provável. Os pontos são: uma defasagem relevante da gasolina (R\$ 5,59) e os juros longos já caíram de maneira substancial".

Mas como os juros nos afetam? O que eles significam na prática para o bolso das pessoas?

Notícias como essas são bem comuns e afetam diretamente a vida de todos nós. Entender como os juros funcionam é essencial para tomar decisões financeiras inteligentes, seja na hora de pegar um empréstimo, investir seu dinheiro ou até mesmo ao planejar suas finanças pessoais. Conhecer os conceitos de juros simples e compostos pode fazer a diferença entre pagar mais do que o necessário ou aproveitar melhor as oportunidades de ganho.

Além disso, o estudo dos juros simples é a base para compreender outras formas mais complexas de cálculo de juros, como os juros compostos, que são amplamente usados em produtos financeiros. Portanto, aprender sobre juros simples é o primeiro passo para dominar suas finanças e construir uma vida financeira mais estável e segura. Continue explorando em detalhes o que são os juros simples, como calculá-los e como aplicá-los em situações reais do dia a dia.

1.3.1 O que são juros?

Juros são, basicamente, o custo de se emprestar ou financiar dinheiro. Em outras palavras, é o valor adicional pago por quem toma um empréstimo ou compra algo a prazo, ou o valor recebido por quem investe ou empresta dinheiro. Os juros são uma ferramenta financeira essencial que impacta diversas áreas da economia e as finanças pessoais.

Vamos ver um exemplo prático para entender melhor como isso funciona:

Ana tem duas opções para pagar um carro: em dez parcelas de R\$ 1.200,00 ou R\$ 10.000,00 à vista.



Fonte da imagem: <https://comparabem.com.br/blog-dicas/como-funciona-financiamento-carro-particular>

- 1ª Opção de Pagamento: Parcelado

Se Ana escolher pagar em dez parcelas de R\$ 1.200,00, o cálculo será:

$$10 \times \text{R\$ } 1.200,00 = \text{R\$ } 12.000,00$$

- 2ª Opção de Pagamento: À Vista

Se Ana optar por pagar à vista, ela pagará: R\$ 10.000,00

Observe a diferença de preço entre as duas opções de pagamento:

$$\text{R\$ } 12.000,00 - \text{R\$ } 10.000,00 = \text{R\$ } 2.000,00$$

Essa diferença de preço corresponde ao **juro**, que é a remuneração cobrada pelo parcelamento da dívida. Portanto, se Ana optar pelo pagamento parcelado, ela pagará R\$ 2.000,00 de juros.

Podemos determinar a porcentagem de juro sobre o preço parcelado determinando a razão entre o juro cobrado e o preço à vista:

$$\frac{2.000}{10.000} = 0,20 = 20\%$$

O juro de R\$ 2.000,00 corresponde a 20% do preço à vista.

Podemos calcular a taxa de juro ao mês no sistema de juro simples. Nesse caso, dividimos 20% pelo número de parcelas (**tempo**) e obtemos:

$$\frac{20\%}{10} = 2\%$$

Portanto, a **taxa de juro** ao mês no sistema de juro simples é de 2%.

1.3.2 Montante e Capital

Pedro investiu R\$ 1.200,00 em uma instituição financeira a uma taxa de juro simples de 1,5% ao mês. Quanto Pedro terá nesta instituição após seis meses?

Em uma aplicação financeira, o valor investido é chamado de **capital**. A remuneração recebida por essa aplicação é chamada de **juro**, e a soma do capital com o juro é chamada de **montante**.

Na situação acima, o capital é R\$ 1.200,00.

O juro mensal corresponde a 1,5% de R\$ 1.200,00:

$$\frac{1,5}{100} \cdot 1.200 = 0,015 \cdot 1.200 = 18$$

Em seis meses, o juro dessa aplicação corresponde a:

$$6 \cdot 18 = 108$$

O montante corresponde a:

$$1.200 + 108 = 1.308$$

Portanto, Pedro terá R\$ 1.308,00 nessa instituição financeira após seis meses.

1.3.3 Fórmula Prática

A fórmula para calcular o juro simples é:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

onde:

- J é o juro total.
- C é o capital inicial (o valor aplicado ou emprestado).
- i é a taxa de juro por período (expressa em decimal ou em fração).
- t é o tempo que o capital ficará aplicado ou emprestado (no mesmo período da taxa de juro).

→ Exemplo 1:

Suponha que você investiu R\$ 1.000,00 a uma taxa de juro simples de 2% ao mês por 6 meses. Vamos calcular o juro total usando a fórmula.

Temos que:

$$C = 1000 ; i = 2\% = 0,02 ; t = 6$$

Substituindo esses valores na fórmula:

$$J = 1000 \cdot 0,02 \cdot 6$$

$$J = 1000 \cdot 0,12$$

$$J = 120$$

Portanto, o juro total é R\$ 120,00.

Se você quiser calcular o montante total após o período, use a fórmula do montante:

$$M = C + J$$

onde:

- M é o montante total.

Para o exemplo acima:

$$M = 1000 + 120$$

$$M = 1120$$

Então, o montante total após 6 meses será R\$ 1.120,00.

→ **Exemplo 2:**

Uma pessoa obteve R\$ 300,00 de juros simples ao emprestar R\$ 1.500,00 a uma taxa de 8% ao ano. Por quanto tempo o dinheiro foi emprestado?

Temos que:

$$J = 300 ; C = 1500 ; i = 8\% = 0,08 ; t = ?$$

Substituindo na fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$300 = 1500 \cdot 0,08 \cdot t$$

$$300 = 120 \cdot t$$

$$t = \frac{300}{120}$$

$$t = 2,5$$

Portanto, o tempo necessário será 2 anos e meio, ou 2 anos e 6 meses.

Agora vamos exercitar!

Um empréstimo de R\$ 2.500,00 foi contraído a uma taxa de juros simples de 12% ao ano. Qual será o montante a ser pago após 3 anos?

- a) R\$ 3.000,00
- b) R\$ 3.400,00
- c) R\$ 3.600,00
- d) R\$ 3.900,00
- e) R\$ 4.200,00

Solução Comentada:

Antes de calcular o montante, devemos calcular primeiramente o juros.

Temos que: $C = 2.500$; $i = 12\% = 0,12$; $t = 3$; $J = ?$

$$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow J = 2.500 \cdot 0,12 \cdot 3 \Rightarrow J = 900$$

Agora, calculamos o montante:

$$M = C + J \Rightarrow M = 2.500 + 900 \Rightarrow M = 3400$$

Portanto, o montante total é R\$ 3.400,00. Resposta correta: item **B**.

Qual é o montante em juros simples de um empréstimo de R\$ 6.500,00 a uma taxa de juros de 9% ao ano durante 2 anos e 6 meses?

- a) R\$ 7.962,50
- b) R\$ 8.040,00
- c) R\$ 8.195,00
- d) R\$ 8.350,00
- e) R\$ 9.620,50

Solução Comentada:

Antes de calcular o montante, devemos calcular, primeiramente, os juros. Temos que: $C = 6500$; $i = 9\% = 0,09$; $t = 2,5$; $J = ?$

$$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow J = 6500 \cdot 0,09 \cdot 2,5 \Rightarrow J = 1462,50$$

Agora, calculamos o montante:

$$M = C + J \Rightarrow M = 6500 + 1462,50 \Rightarrow M = 7962,50$$

Portanto, o montante total é R\$ 7962,50. Resposta correta: item **A**.

Que tal praticar?

Leia o texto para resolver as questões 1 e 2:

Cenário da sustentabilidade no Brasil

Segundo uma pesquisa realizada pela Opinion Box em julho de 2021, 82% dos brasileiros consideram a sustentabilidade como um tema importante. O estudo analisou a opinião de 2.203 pessoas em relação ao tema de meio ambiente e negócios. Veja os dados da pesquisa completa:



Fonte: <https://www.c6bank.com.br/blog/dicas-de-sustentabilidade>

1. Quantos brasileiros, que responderam à pesquisa, consideram a sustentabilidade importante ao cotidiano?

2. Quantos brasileiros entrevistados já deixaram de consumir produtos de empresas que não preservam o meio ambiente no momento da compra?

3. Uma loja oferece um desconto de 15% em todos os produtos. Qual é a representação fracionária desse desconto?

- a) $\frac{1}{15}$
- b) $\frac{3}{20}$
- c) $\frac{1}{6}$
- d) $\frac{3}{15}$
- e) $\frac{2}{13}$

4. Um técnico de informática cobra R\$ 80,00 por hora de serviço. Se ele der um desconto de 20%, qual será o valor da hora de serviço?

- a) R\$ 10,00
- b) R\$ 16,00
- c) R\$ 32,00
- d) R\$ 48,00
- e) R\$ 64,00

5. (BACEN) Na capitalização simples, os juros correspondentes à aplicação de R\$ 2.000,00 por dois meses, à taxa de 4% ao mês, é:

- a) R\$ 320,00
- b) R\$ 2.160,00
- c) R\$ 160,00
- d) R\$ 1.320,00
- e) R\$ 230,00

6. Qual é o montante em juros simples de um empréstimo de R\$ 5.000,00 a uma taxa de juros de 8% ao ano durante 6 meses?

- a) R\$ 5.200,00
- b) R\$ 5.400,00
- c) R\$ 5.600,00
- d) R\$ 5.800,00
- e) R\$ 6.000,00

7. João aplicou R\$ 2.000,00 em uma conta de poupança que paga juros simples de 8% ao ano. Quanto tempo levará para que ele tenha um montante de R\$ 2.800,00?

- a) 2 anos.
- b) 3 anos.
- c) 4 anos.
- d) 5 anos.
- e) 6 anos.

8. (ENCCEJA) Um cliente recebeu sua fatura mensal do cartão de crédito no valor de R\$ 2. 500,00 mas não podia fazer o pagamento integral da fatura. Para quitação do débito de forma parcelada, a administradora do cartão de crédito ofereceu os seguintes planos de pagamento:

- Plano 1: entrada de R\$ 900,00 mais uma parcela de R\$ 1.800,00.
- Plano 2: entrada de R\$ 400,00 mais saldo devedor de R\$ 2.100,00 acrescido de juros de 10%.
- Plano 3: entrada de R\$ 1.500,00 mais saldo devedor de R\$ 1.000,00 acrescido de juros de 15%.
- Plano 4: entrada de R\$ 500,00 mais saldo devedor de R\$ 2.000,00 acrescido de juros de 9%.

A qual desses planos o cliente deve aderir para ter o menor gasto total com o pagamento dessa fatura?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

Ampliando o saber

Conheça mais sobre a taxa selic, lendo a reportagem completa da BBC:

<https://www.bbc.com/portuguese/articles/cx85w0qq3djo>



AULA 3 Identificar a localização de pontos no plano cartesiano

É importante saber...

- Conhecer os entes primitivos da geometria: ponto, reta e plano;
- Desenvolver a habilidade em trabalhar com números inteiros positivos e negativos;
- Conhecer os números racionais (frações e decimais).

Construindo o saber!

A invenção do plano cartesiano teve um impacto profundo nas ciências e na tecnologia. A partir desse momento, a matemática tornou-se uma linguagem universal para descrever fenômenos naturais e criar soluções inovadoras em diversas áreas, como física, engenharia e computação.

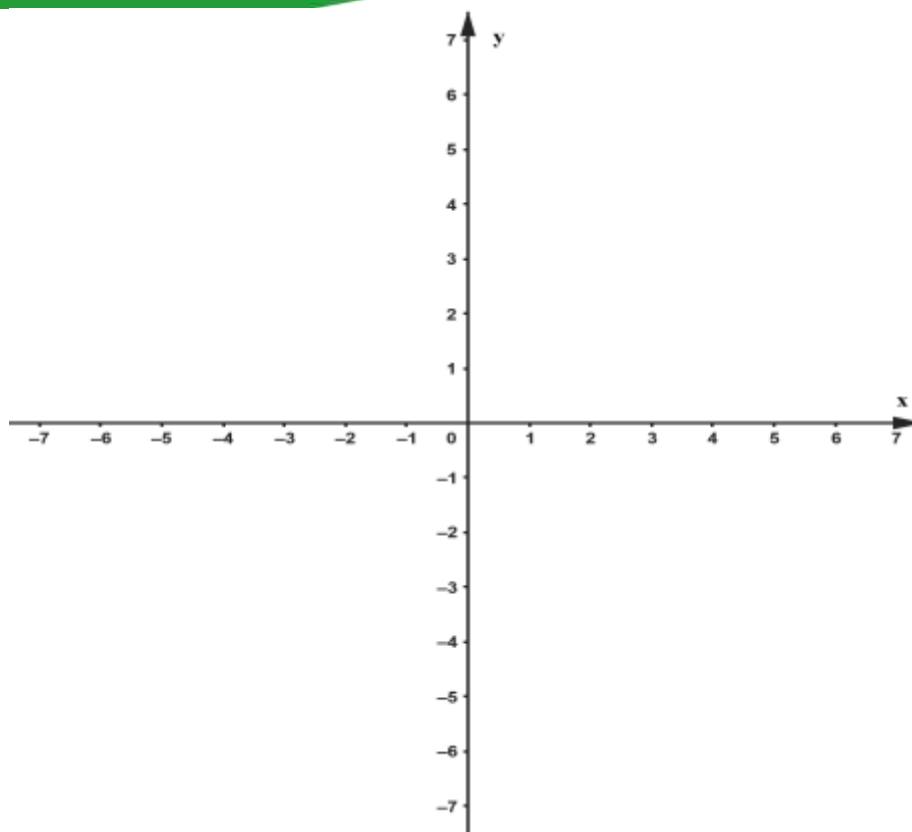
O plano cartesiano leva esse nome em homenagem ao filósofo e matemático René Descartes (1596-1650). Foi ele o primeiro a propor um método de localizar pontos através de um sistema de eixos.

Graças à invenção de René Descartes, hoje temos acesso a sistemas de geolocalização (GPS), como Google Maps e Waze, entre outros recursos de localização no plano e no espaço. A posição de qualquer objeto pode ser representada por um par ordenado. Se você pegar um mapa-múndi, qualquer ponto de qualquer estabelecimento pode ser encontrado. Quando você clicar com o mouse ou tocar na tela, encontrará um par ordenado que indica exatamente a localização de qualquer objeto no espaço.



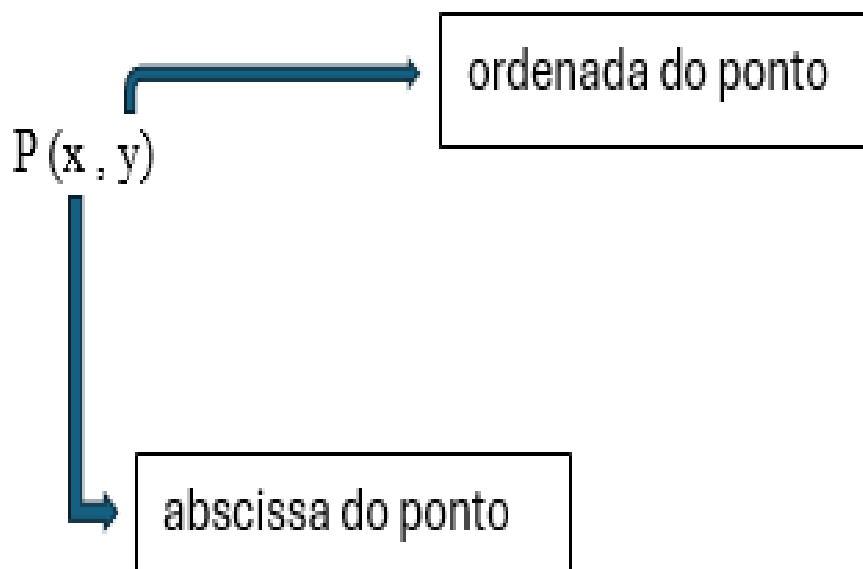
1. O plano cartesiano

O plano cartesiano consiste em um plano com dois eixos x e y , perpendiculares, ou seja, formando ângulos retos (90°). O eixo x (horizontal) é chamado de eixo das **abscissas** e o eixo y (vertical) é o eixo das **ordenadas**.



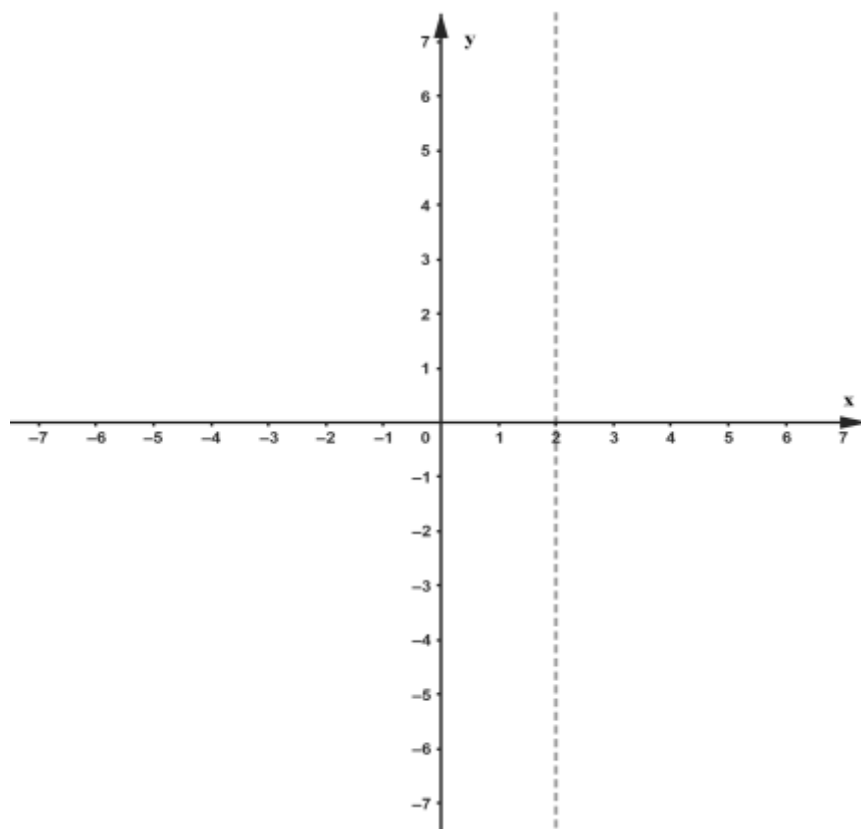
2. Representação de pontos no plano cartesiano

As coordenadas são representadas por um par ordenado (x, y) , sendo x a abscissa do ponto e y a ordenada, precisamente nesta ordem.

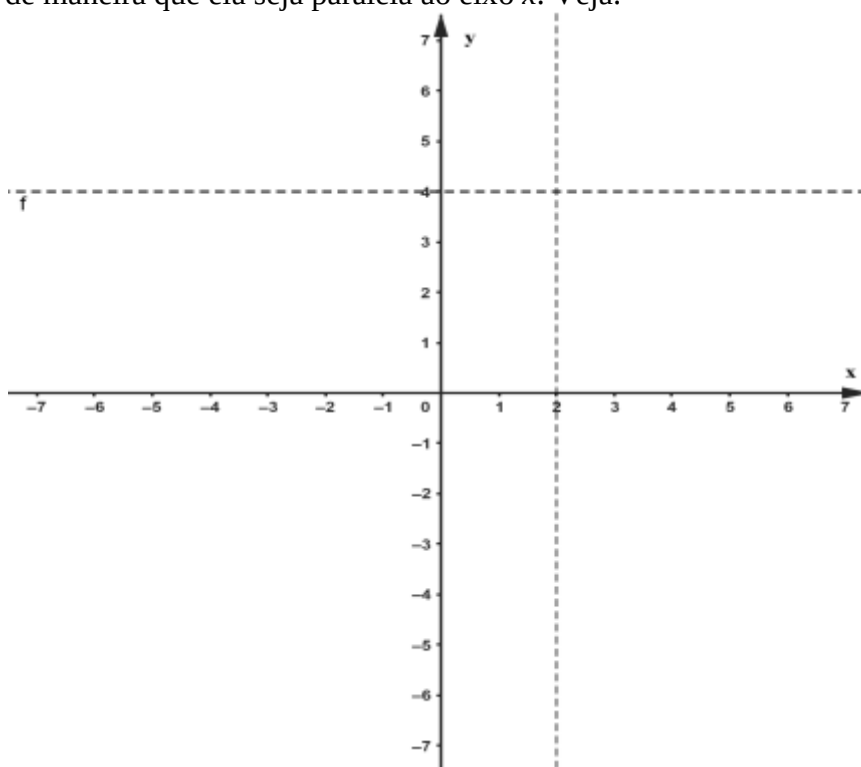


Vejamos passo a passo, como representar o ponto $(2, 4)$ no plano cartesiano:

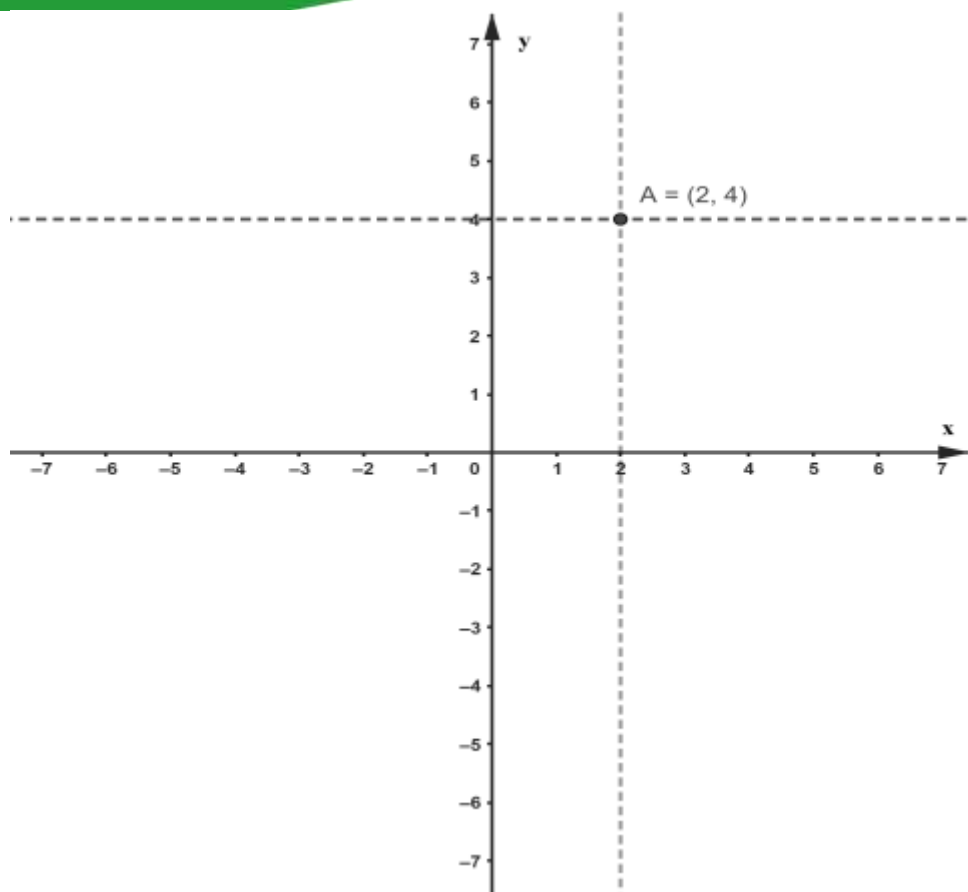
1. Como a abscissa é 2, então traçamos uma reta (tracejada) passando pelo 2 no eixo x , de maneira que ela seja paralela ao eixo y . Observe:



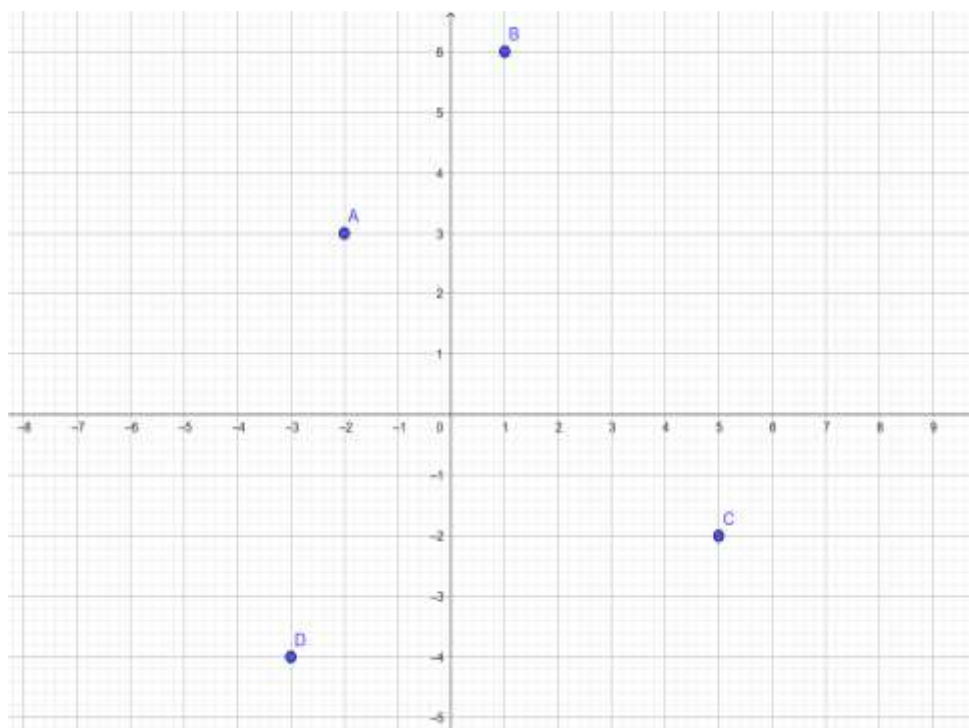
2. Note que a ordenada é 4, então traçamos uma reta (tracejada) passando pelo 4 no eixo y, de maneira que ela seja paralela ao eixo x. Veja:



3. Agora marque o ponto de encontro entre as retas tracejadas construídas. Lembre-se de que um ponto é representado por uma letra maiúscula do nosso alfabeto.

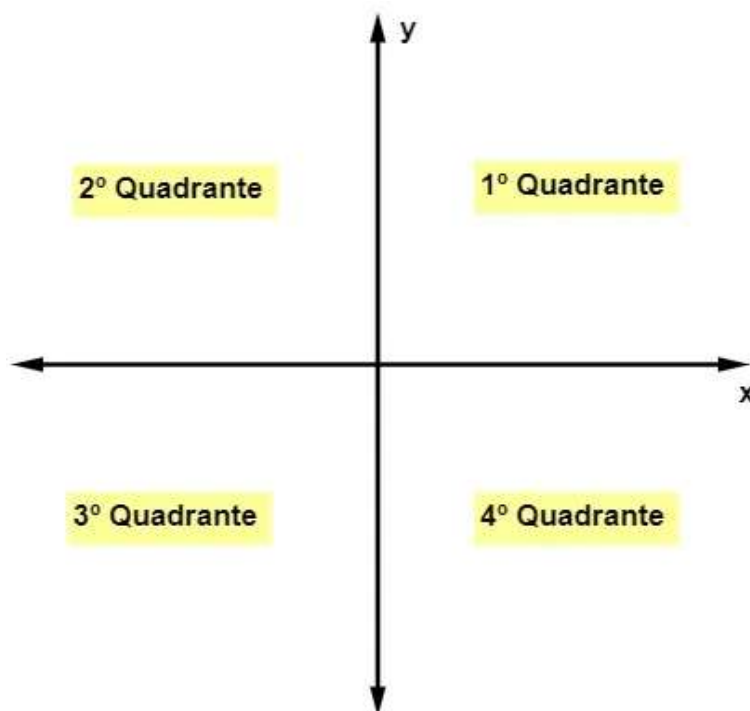


Em uma malha quadriculada, fica ainda mais fácil a plotagem dos pontos. Veja a localização dos pontos A(-2, 3), B(1, 6), C(5, -2) e D(-3, -4) no plano cartesiano com a malha quadriculada:



3. Conhecendo os quadrantes

Os eixos x e y se interceptam em um ponto denominado origem, com coordenadas $(0, 0)$. O plano é dividido pelos eixos em quatro regiões chamadas quadrantes. Os quadrantes são nomeados no sentido anti-horário, começando pelo quadrante onde tanto as abscissas quanto as ordenadas possuem valores positivos.

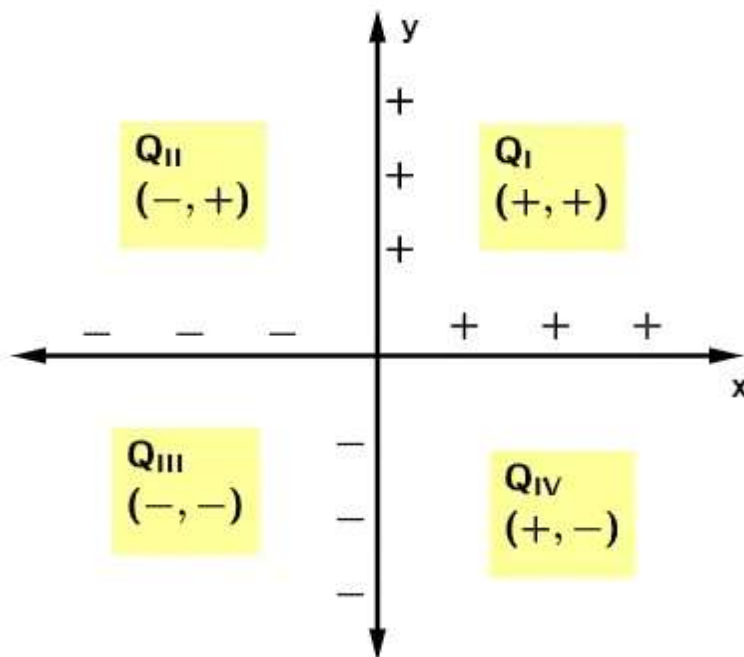


3.1 Sinais de cada quadrante

Ao representar pontos no plano cartesiano, analisamos o sinal do par ordenado para identificar em qual quadrante o ponto se encontra.

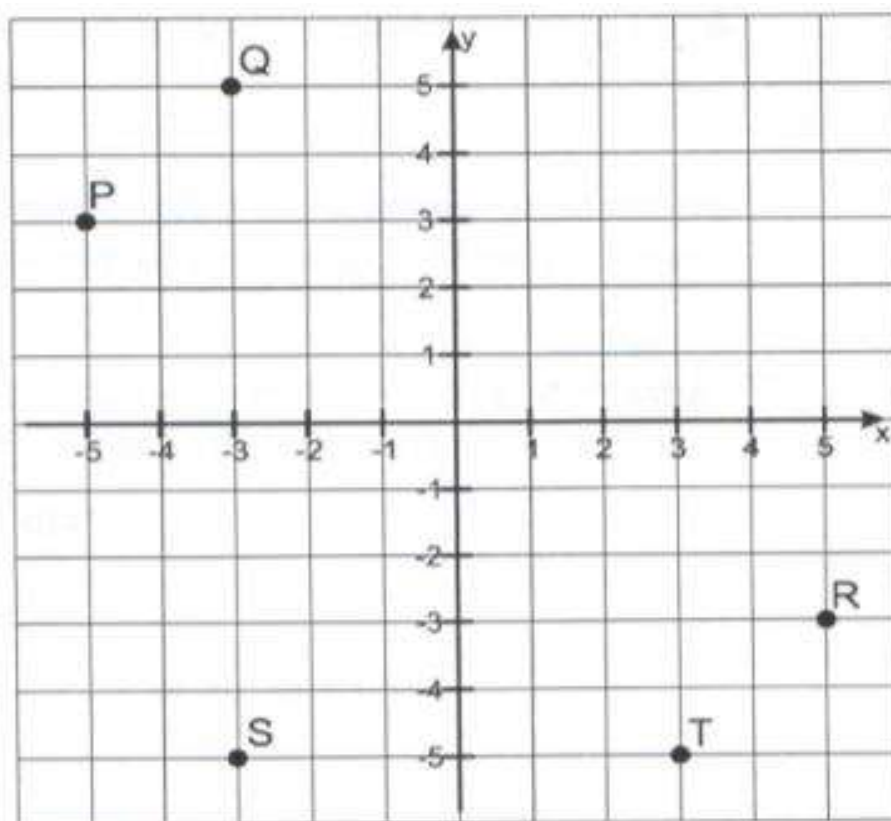
Portanto, temos que:

- No primeiro quadrante, denominado QI, $x > 0$ e $y > 0$, ou seja os valores de x e y são sempre positivos $(+, +)$;
- No segundo quadrante, denominado QII, $x < 0$ e $y > 0$, ou seja os valores de x são negativos e os de y são positivos $(-, +)$;
- No terceiro quadrante, denominado QIII, $x < 0$ e $y < 0$, ou seja os valores de x e y são sempre negativos $(-, -)$;
- No quarto quadrante, denominado QIV, $x > 0$ e $y < 0$, ou seja os valores de x são positivos e os de y são negativos $(+, -)$;



Agora vamos exercitar!

A figura, abaixo, mostra cinco pontos em um plano cartesiano.



O ponto $(-3, 5)$ está indicado pela letra?

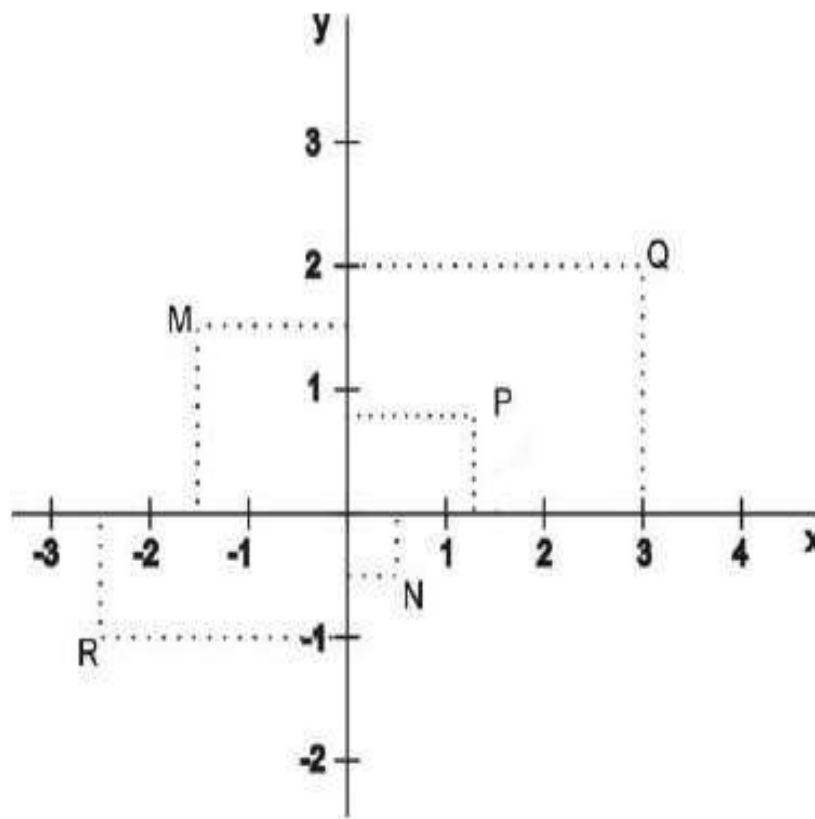
- a) P
- b) Q
- c) R
- d) S
- e) T

Solução comentada:

Veja que o ponto $Q = (-3, 5)$, pois se partimos desse ponto, indo ao encontro do eixo x, encontramos a abscissa -3, já quando vamos ao encontro do eixo y, encontramos a ordenada 5.

Resposta correta: item **B**.

(SPAECE) Observe o plano cartesiano abaixo e os pontos N, M, O, P e Q nele representados.



O ponto que melhor representa o par $\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right)$ é:

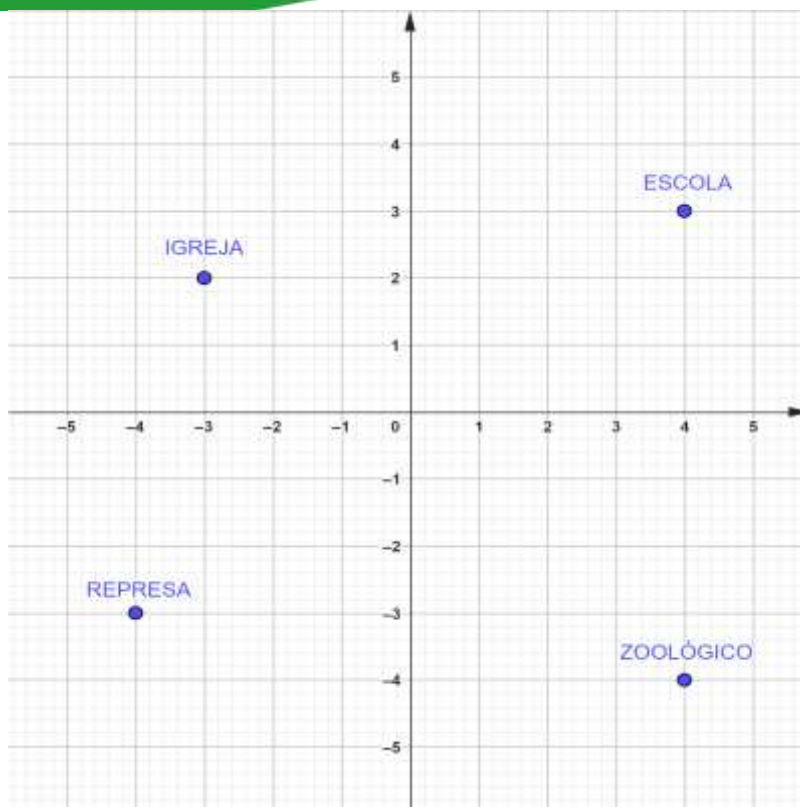
- a) N
- b) M
- c) O
- d) P
- e) Q

Solução comentada:

A fração $\frac{5}{4}$ corresponde ao número decimal 1,25. Já a fração $\frac{3}{4}$ ao número 0,75. Então, o par ordenado $\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right)$ corresponde a $(1,25; 0,75)$. Portanto, a resposta correta é o ponto P, item **D**.

Que tal praticar?

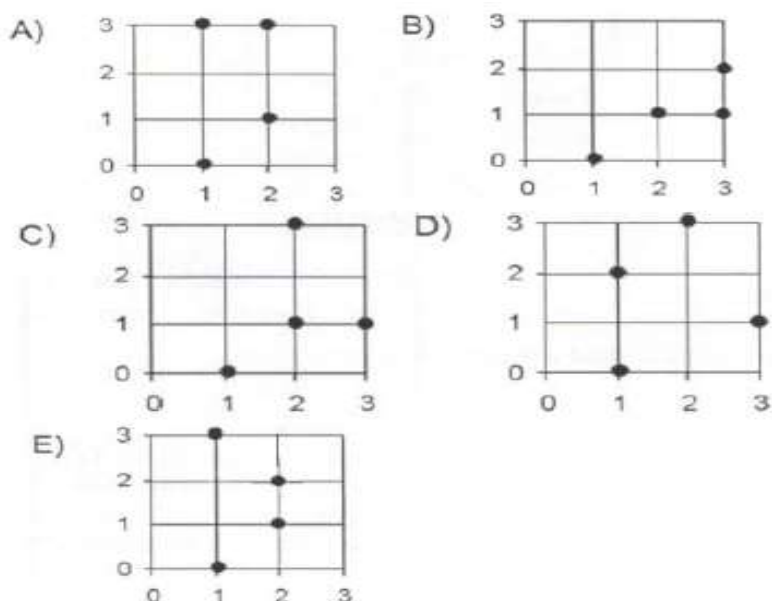
1. Um urbanista registrou num sistema ortogonal as coordenadas de alguns pontos estratégicos de uma cidade.



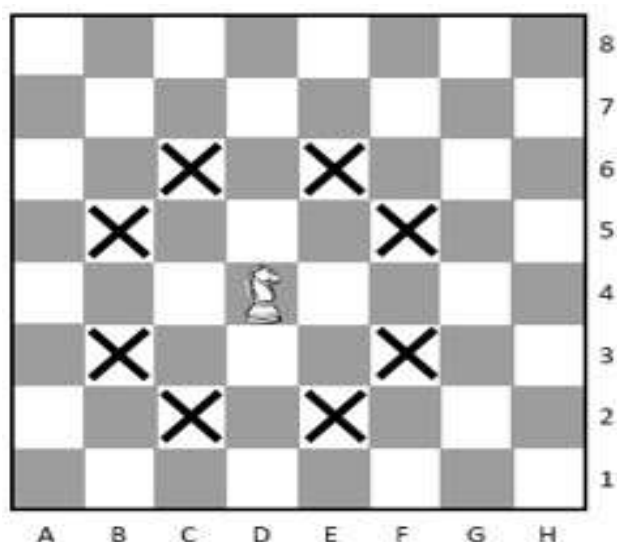
Escreva o par ordenado que representa o(a):

- a) Igreja =
- b) Escola =
- c) Represa =
- d) Zoológico =

2. Uma cidade tem quatro pontos turísticos que são os mais visitados. Esses pontos são identificados pelas coordenadas A(1,0), B(2,1), C(2,3) e D(3,1). Assim, o gráfico que melhor representa as localizações dos pontos de turismo é:

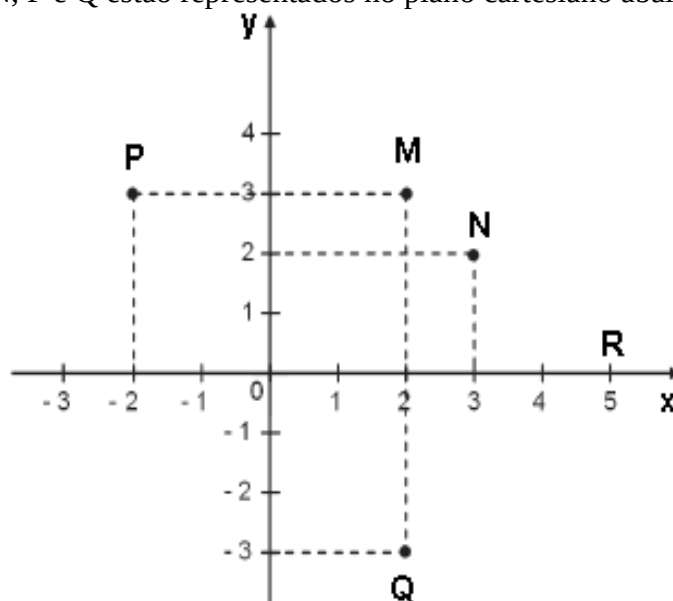


3. O xadrez é um jogo de tabuleiro estratégico que envolve dois jogadores. Cada jogador controla um conjunto de peças com diferentes capacidades de movimento, com o objetivo de colocar o rei adversário em xeque-mate. O tabuleiro de xadrez é composto por 64 casas, organizadas em uma grade de 8x8, alternando entre casas claras e escuras. Para facilitar a localização e a movimentação das peças, o tabuleiro é dividido em um sistema de coordenadas. As colunas verticais são rotuladas de A a H, da esquerda para a direita, enquanto as linhas horizontais são numeradas de 1 a 8, de baixo para cima. Assim, cada casa no tabuleiro é identificada por uma combinação única de uma letra e um número, como E4 ou B7.



O cavalo é uma das peças mais versáteis do xadrez, movendo-se de uma maneira distinta em formato de "L". Especificamente, o cavalo pode se deslocar duas casas em uma direção (horizontal ou vertical) e depois uma casa em uma direção perpendicular, ou vice-versa. O cavalo na posição E4, conforme mostra a figura, quais são as possíveis casas que ele pode se movimentar, assumindo que elas estão todas vazias?

4. Os pontos M, N, P e Q estão representados no plano cartesiano abaixo.



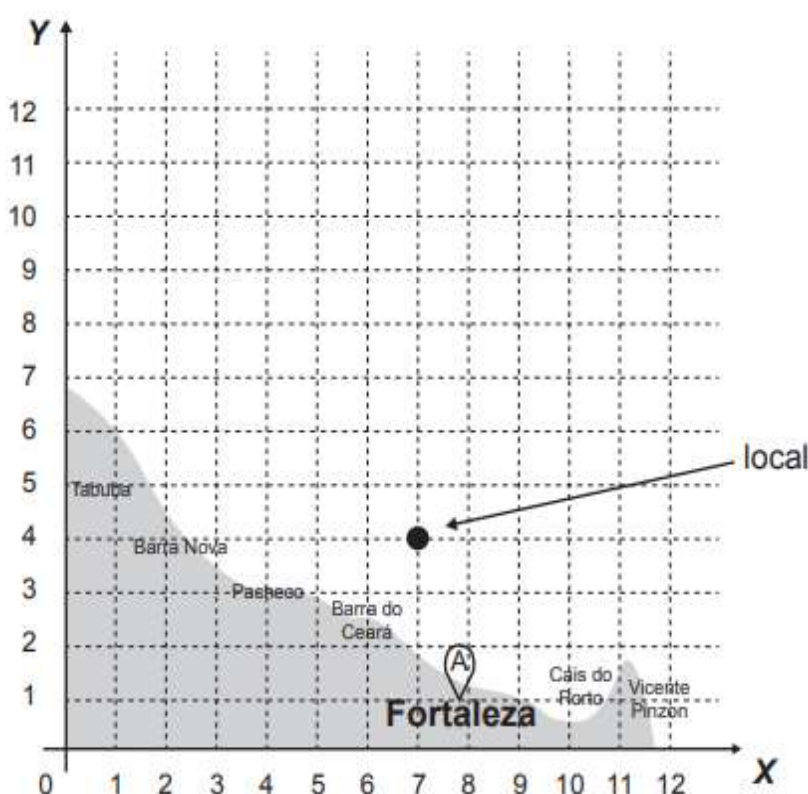
Qual desses pontos tem coordenada (2, - 3)?

- a) M
- b) N
- c) P
- d) Q
- e) R

5. (SAEGO) Em um sistema cartesiano, o ponto de coordenadas (2, - 3) é simétrico ao ponto M em relação à origem desse sistema. De acordo com esses dados, as coordenadas do ponto M são:

- a) (2, 3)
- b) (3, - 2)
- c) (- 2, 3)
- d) (- 2, - 3)
- e) (- 3, - 2)

6. (ENCCEJA) O mapa da figura, sobreposto por um sistema de coordenadas cartesianas, representa o local onde uma embarcação foi vista pela última vez. A guarda costeira da cidade de Fortaleza suspeita de naufrágio.

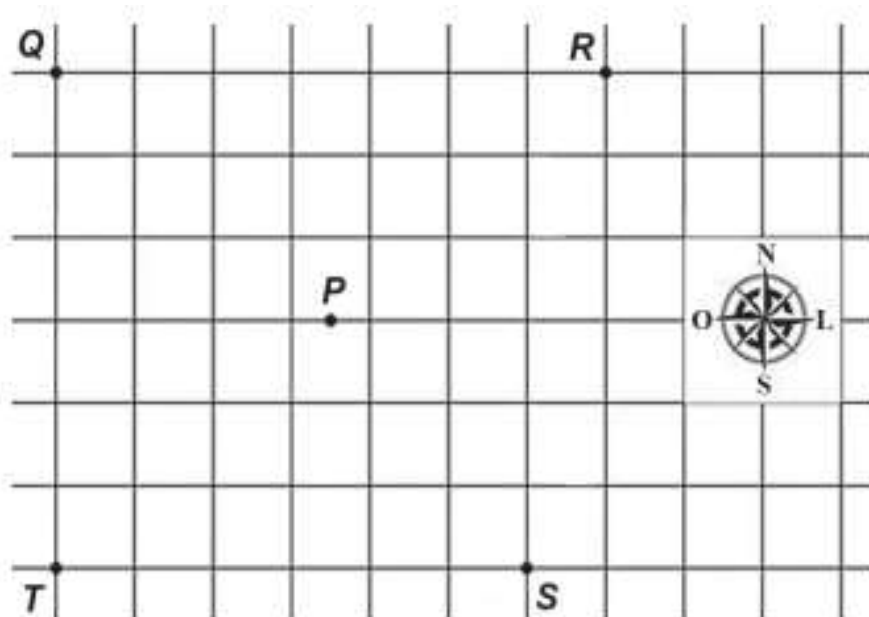


As coordenadas que correspondem ao ponto indicado no mapa são

- a) (-1 ; 3).
- b) (3 ; -1).
- c) (4 ; 7).
- d) (7 ; 4).

7. As linhas de grade da malha quadriculada representam as ruas de uma cidade. Uma pessoa, de carro, parte do ponto P no sentido oeste, entra na primeira rua à

esquerda, atravessa três quarteirões e entra à sua direita, dirigindo por mais três quarteirões e chegando ao seu destino, que fica na esquina de duas ruas. Após realizar esses deslocamentos, essa pessoa chega ao local indicado pelo ponto



- a) Q.
- b) R.
- c) S.
- d) T.

Ampliando o saber

Veja mais sobre a origem do plano cartesiano:

<https://www.youtube.com/watch?v=he0GjAI2JvM>



AULA 4 Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial de 1º grau

É importante saber...

- Compreender as expressões algébricas e a capacidade de manipular variáveis e constantes;
- Resolver equações do primeiro grau ($ax + b = 0$);
- Reconhecer gráficos no plano cartesiano;
- Ter noção intuitiva de conjuntos e funções;
- Reconhecer padrões e relacioná-los a representações gráficas e algébricas.

Construindo o saber!

Como matemático inventou há mais de 150 anos a fórmula de buscas usada pelo Google



Cada vez que você faz uma busca simples no Google ou em qualquer outro buscador informático, entre os mecanismos de programação que permitem encontrar o que procura há princípios de lógica que foram concebidos há mais de 150 anos.

Foi o matemático britânico George Boole (1815-1864) que inventou um sistema de álgebra que é chave para a programação de hoje.

A álgebra de Boole, ou álgebra booleana, é uma estrutura algébrica que esquematiza as operações lógicas, e está presente em todas as partes: desde a programação por trás dos videogames até o código dos aplicativos e programas de computador que usamos.

Pode-se dizer que os tijolos que formam a programação, que são os comandos ou instruções dadas a um sistema informático, são todos baseados na lógica de Boole.

"Se você é um programador, não há como escapar do operador booleano", afirma Michael Dunn, da Gospelweare, uma desenvolvedora de aplicativos para iOS e Android.

Fonte: https://www.bbc.com/portuguese/noticias/2015/11/151102_boole_google_tg

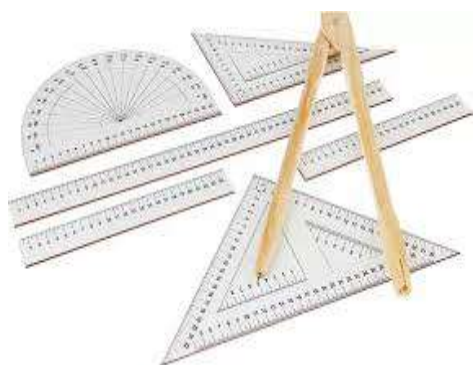
Assim como as funções booleanas desenvolvidas por George Boole revolucionaram a lógica e a programação, as funções matemáticas em geral desempenham um papel crucial no mundo moderno. Uma função, em matemática, é uma relação que associa cada elemento de um conjunto a um único elemento de outro conjunto, criando uma correspondência que pode ser utilizada para modelar e resolver uma vasta gama de problemas.

No contexto da matemática e da computação, as funções são ferramentas essenciais que permitem a análise e a interpretação de dados. Elas aparecem em muitas formas, desde funções simples como $f(x) = ax + b$ (função afim) até funções mais complexas que envolvem exponenciais, logaritmos e trigonometria.

1. Noção de Função

Em diversas situações do cotidiano, podemos observar grandezas que, de alguma forma, estão relacionadas. Acompanhe algumas dessas situações:

1. A diretora de uma escola pretende comprar kits de desenho geométrico para os alunos de sua escola. Cada kit custa 20 reais. Se representarmos por x o número de kits e por y o valor a ser pago, podemos construir a seguinte tabela:



Quantidade de kits (x)	Preço a pagar (y)
1	$1 \cdot 20 = 20$
2	$2 \cdot 20 = 40$
3	$3 \cdot 20 = 60$
...	...
10	$10 \cdot 20 = 200$
20	$20 \cdot 20 = 400$
...	...

Perceba que o preço y a pagar depende da quantidade x de kits de desenho geométrico a serem comprados. Observe que existe uma relação matemática entre as grandezas y e x , expressa pela fórmula: $y = x \cdot 20$, ou simplesmente: $y = 20x$

É possível notar também que:

- A quantidade x de kits é uma grandeza que varia de forma independente;
- O preço y dos kits é uma grandeza que varia de acordo com a quantidade de kits a serem comprados;
- Todos os valores de x estão relacionados aos valores de y ;
- Cada valor de x está associado a um único valor de y .

Podemos afirmar então que o preço a ser pago pelos kits é dado em função da quantidade de kits comprados, sendo a expressão $y = 20x$ a **lei de formação** dessa função.

Neste caso, a variável x é chamada de **variável independente**, e a variável y é **dependente da variável x** . Uma vez estabelecida a relação entre a quantidade de kits de desenho geométrico e o preço a ser pago, podemos responder a perguntas como:

- a) Quanto a escola irá pagar pela compra de 250 kits de desenho geométrico?

$$y = 20x \Rightarrow y = 20 \cdot 250 \Rightarrow y = 5.000$$

Portanto, a escola irá pagar R\$ 5.000,00.

- b) Se a escola dispor de uma verba no valor de R\$ 6.240,00, quantos kits de desenho geométricos poderão ser comprados?

$$y = 20x \Rightarrow 6240 = 20 \cdot x \Rightarrow y = \frac{6240}{20} \Rightarrow y = 312$$

Logo, a escola poderá comprar 312 kits.

2. Um vendedor trabalha em uma loja e recebe um salário fixo mensal de R\$ 1.500,00, além de uma comissão de 5% sobre o total vendido por ele no mês. Se representarmos por v o total de vendas, em reais, do vendedor e por S o valor total do seu salário, podemos construir a seguinte tabela:

Valor total vendido (v)	Salário do vendedor (S)
0	$1500 + 0,05 \cdot 0 = 1500$
100	$1500 + 0,05 \cdot 100 = 1505$
1000	$1500 + 0,05 \cdot 1000 = 1550$
2000	$1500 + 0,05 \cdot 2000 = 1600$
3000	$1500 + 0,05 \cdot 3000 = 1750$
10000	$1500 + 0,05 \cdot 10000 = 2000$
...	...

Perceba que o salário S do vendedor depende do valor total v , vendido por ele. Existe uma relação matemática entre as grandezas S e v , expressa pela fórmula:

$$S = 1500 + 0,05v.$$

É possível notar também que:

- O valor total v , em reais, vendido pelo vendedor é uma grandeza que varia de forma independente.
- O salário S do vendedor é uma grandeza que varia de acordo com o valor total vendido por ele.
- Todos os valores de v estão relacionados aos valores de S .
- Cada valor de v está associado a um único valor de S .

Podemos afirmar então que o salário total do vendedor é dado em função do valor total vendido por ele, sendo a expressão: $S = 1.500 + 0,05v$ a **lei de formação** dessa função. Neste caso, a variável v é chamada de **variável independente**, e a variável S é **dependente da variável v** .

Tendo sido estabelecida a relação entre o valor total vendido pelo vendedor e o salário a ser recebido por ele, podemos responder às seguintes perguntas:

- a) Quanto o vendedor irá receber se vender R\$ 40.000,00 em produtos no mês?

$$S = 1500 + 0,05v \Rightarrow S = 1500 + 0,05 \cdot 40000 \Rightarrow S = 1500 + 2000 \Rightarrow S = 3500$$

Portanto, o vendedor irá receber R\$ 3.500,00 de salário.

- b) Se o vendedor deseja receber pelo menos R\$ 4.000,00 no mês, qual o total a ser vendido por ele?

$$S = 1.500 + 0,05v \Rightarrow 4.000 = 1.500 + 0,05 \cdot v \Rightarrow 4000 - 1.500 = 0,05v$$

$$\Rightarrow 2.500 = 0,05v \Rightarrow v = \frac{2500}{0,05} \Rightarrow v = 50.000$$

Logo, o vendedor precisará vender pelo menos R\$ 40.000,00.

2. Conceito de função

A partir dos exemplos apresentados na seção anterior, podemos formalizar o conceito de função na matemática.

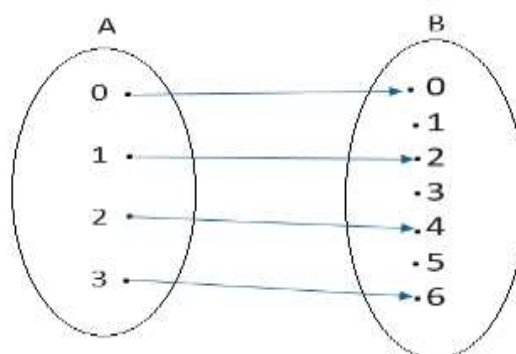
Uma **função** é uma relação entre dois conjuntos não vazios, que associa a cada elemento de um conjunto, chamado **domínio(D)**, exatamente um elemento de outro conjunto, chamado **contradomínio(CD)**. A função pode ser representada pela expressão $f: A \rightarrow B$, onde f é a função, A é o domínio e B é o contradomínio.

Mais formalmente, uma função f de um conjunto A para um conjunto B é um mecanismo que atribui a cada elemento x de A um único elemento y de B . Escrevemos essa relação como $y = f(x)$.

Exemplo:

Dados dois conjuntos $A = \{0,1,2,3\}$ e $B = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Uma função de A em B , que associa cada elemento x de A ao seu dobro em B , pode ser indicada pela lei de formação: $y = 2x$ ou $f(x) = 2x$. Usando a fórmula, podemos determinar a imagem y de cada elemento x de A :

- $f(0) = 2 \cdot 0 = 0$; a imagem de 0 é 0.
- $f(1) = 2 \cdot 1 = 2$; a imagem de 1 é 2.
- $f(2) = 2 \cdot 2 = 4$; a imagem de 2 é 4.
- $f(3) = 2 \cdot 3 = 6$; a imagem de 3 é 6.

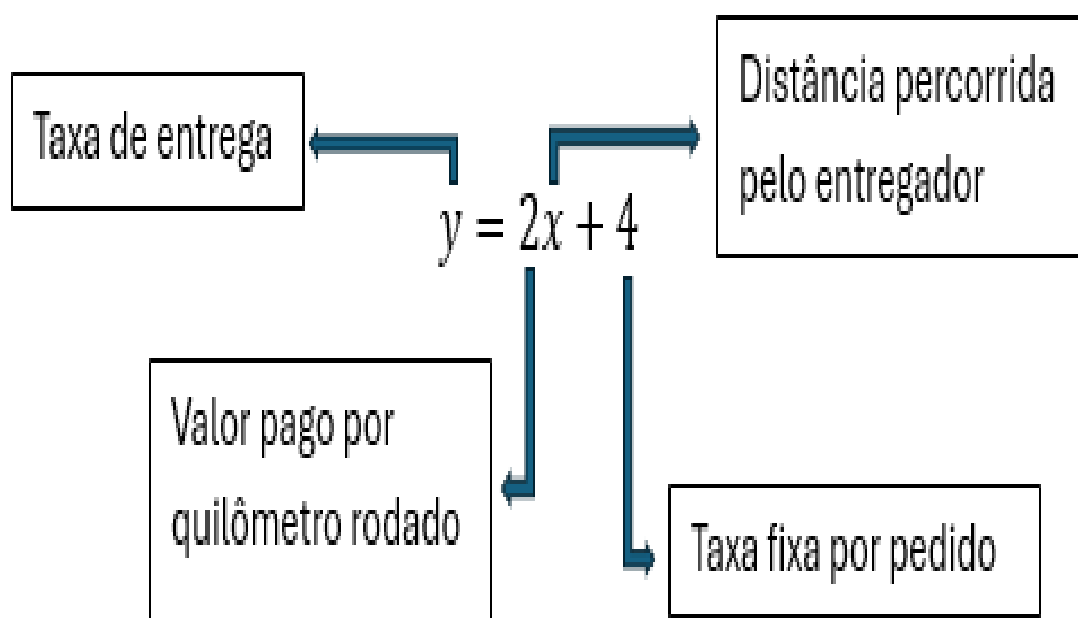


Na função f , temos que $D_f = A$, $CD_f = B$ e $Im_f = \{0, 2, 4, 6\}$. Essa maneira de representar a função é chamada de **diagrama de flechas**.

3. Função afim

Mariana gerencia um restaurante que usa um aplicativo de entrega de comida. O custo total para a entrega de pedidos é composto por uma taxa fixa e uma taxa variável que depende da distância percorrida pelo entregador. O aplicativo cobra uma taxa fixa de R\$ 4,00 por pedido, além de R\$ 2,00 por quilômetro percorrido pelo entregador.

Baseado nessas informações, podemos escrever uma fórmula que possibilita calcular o custo total da entrega em função da distância percorrida. Usamos y para representar o valor a ser pago pela entrega e x a quantidade de quilômetros percorridos pelo entregador.

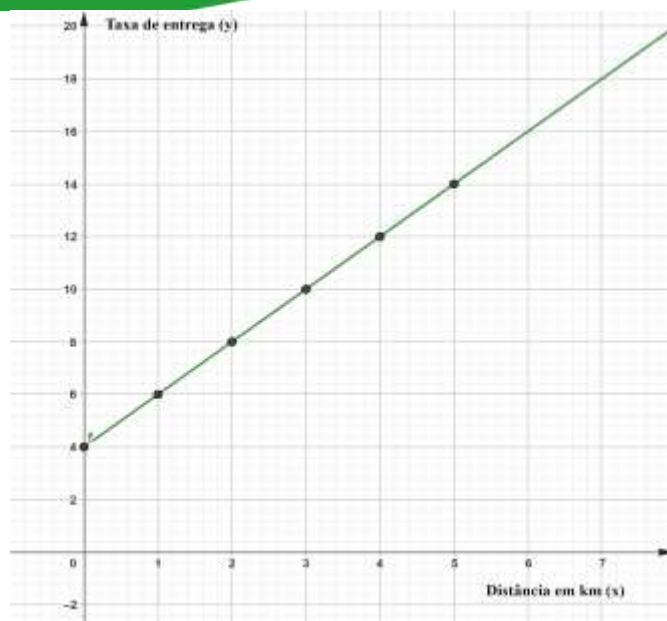


Com o uso da fórmula, pode-se, por exemplo, calcular a taxa de entrega de um pedido que será entregue a 4 km de distância do restaurante.

$$y = 2x + 4 \Rightarrow y = 2 \cdot 4 + 4 = 12 \Rightarrow y = 12$$

Portanto, para um pedido a 4 km do restaurante, a taxa de entrega a ser cobrada é R\$ 12,00.

Veja esta situação do aplicativo de entrega, representada graficamente:



Observe alguns dos pontos em destaque do gráfico, agora veja:

- $f(0) = 2 \cdot 0 + 4 = 4 \rightarrow$ temos o par ordenado (0, 4);
- $f(1) = 2 \cdot 1 + 4 = 6 \rightarrow$ temos o par ordenado (1, 6);
- $f(2) = 2 \cdot 2 + 4 = 8 \rightarrow$ temos o par ordenado (2, 8);
- $f(3) = 2 \cdot 3 + 4 = 10 \rightarrow$ temos o par ordenado (3, 10);
- $f(4) = 2 \cdot 4 + 4 = 12 \rightarrow$ temos o par ordenado (4, 12);
- $f(5) = 2 \cdot 5 + 4 = 14 \rightarrow$ temos o par ordenado (5, 14);

Representar uma situação como essa no plano cartesiano é bem mais viável do que no diagrama de flechas, pois x e y podem assumir infinitos valores, tornando a reta uma opção muito mais adequada de representar graficamente a função. No gráfico, fica muito mais compreensível a forma como cada x na função se relaciona com cada y .

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é chamada de **função afim**, quando todo número $x \in \mathbb{R}$ está associado ao número $ax + b$, com a e b reais.

$$f(x) = ax + b \text{ ou } y = ax + b$$

Dizemos que a e b são **coeficientes** da função.

Exemplos:

- $f(x) = x - 7$; $a = 1$ e $b = -7$
- $g(x) = 3x + 3/4$; $a = 3$ e $b = 3/4$
- $h(x) = -2x + 1,5$; $a = -2$ e $b = 1,5$
- $p(x) = -x/5$; $a = -1/5$ e $b = 0$

A definição apresentada possui mais rigor matemático, ou seja, é um conceito mais formal. Mas na prática, toda função que a lei de formação pode ser escrita da forma: $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$ é denominada de **função afim**. No exemplo visto

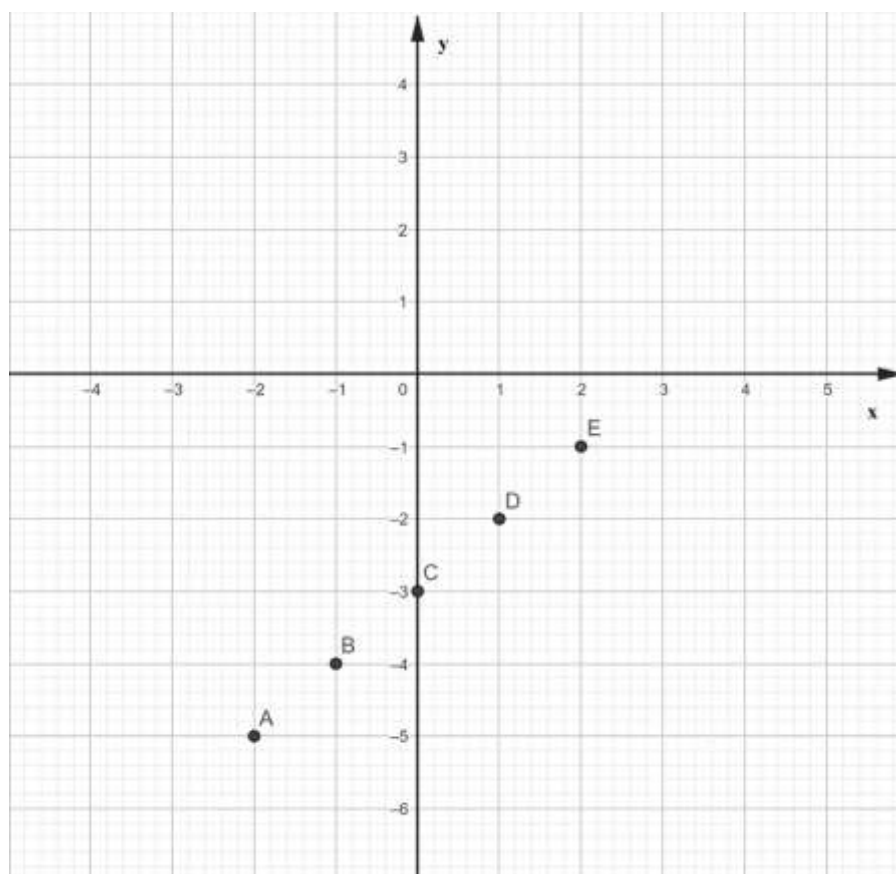
no início desta seção, na situação do aplicativo de entrega, temos que a função $y = 2x + 4$ é uma função afim, onde $a = 2$ e $b = 4$.

4. Gráfico da função afim

O gráfico de uma função é dado pela representação de todos os seus pontos no plano cartesiano. Contudo, como é inviável calcular todas as coordenadas, determinamos as coordenadas de alguns pontos específicos e, a partir deles, traçamos o gráfico da função.

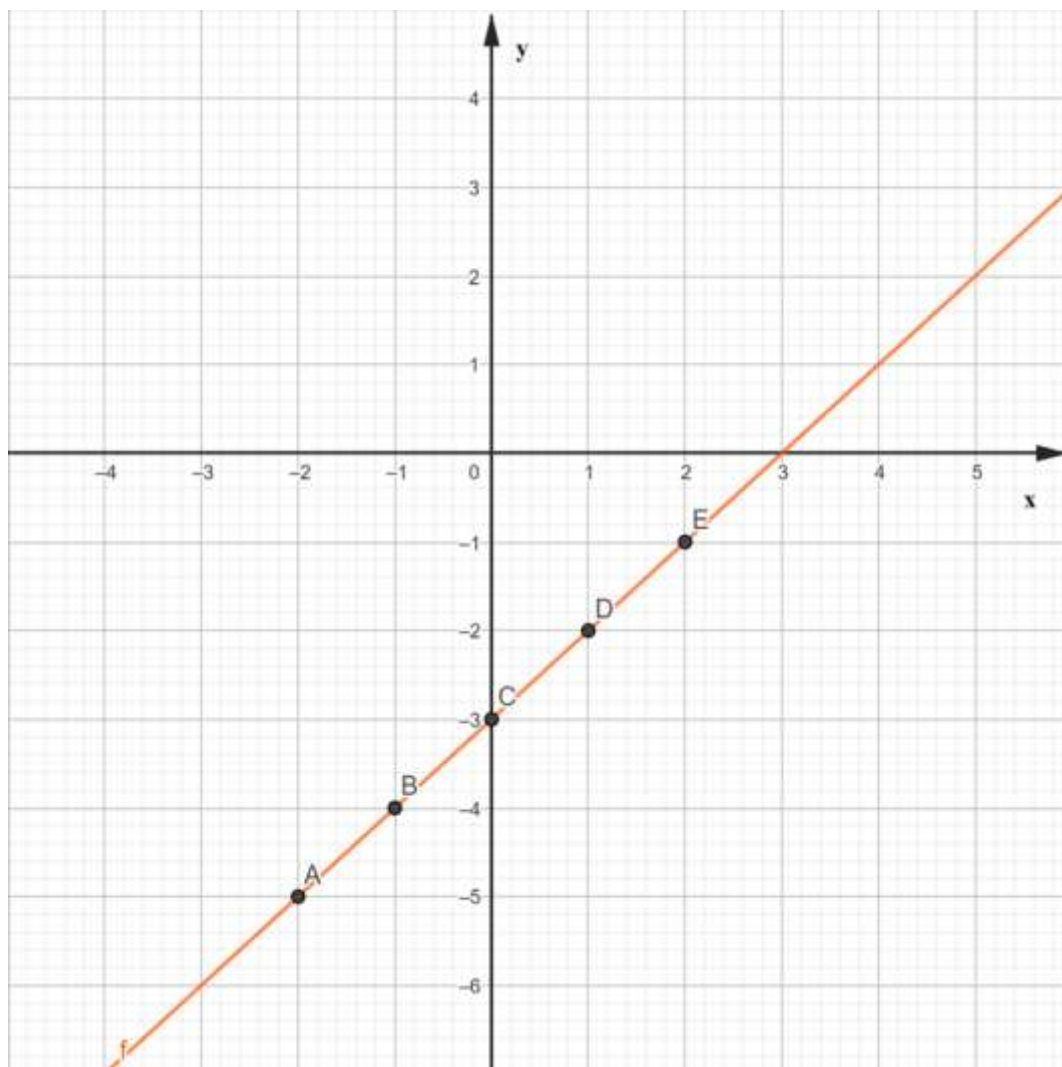
Vamos esboçar o gráfico da função afim $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x - 3$. Inicialmente, são atribuídos valores a x e são calculados seus valores correspondentes para y , determinando assim os pares ordenados (x, y) . Em seguida, esses pares ordenados são representados no plano cartesiano.

x	$f(x) = x - 3$	(x, y)
-2	$f(-2) = -2 - 3 = -5$	$(-2, -5)$
-1	$f(-1) = -1 - 3 = -4$	$(-1, -4)$
0	$f(0) = 0 - 3 = -3$	$(0, -3)$
1	$f(1) = 1 - 3 = -2$	$(1, -2)$
2	$f(2) = 2 - 3 = -1$	$(2, -1)$



Perceba que foram determinados apenas seis pares ordenados que fazem parte da função. No entanto, como o domínio da função f é todo o conjunto dos números reais, podemos atribuir infinitos valores para x , obtendo, conseqüentemente, infinitos pares ordenados (x, y) .

Agora, a partir dos pontos determinados, traça-se o gráfico da função:



De acordo com os gráficos até então aqui apresentados, é possível perceber que o gráfico da função afim sugere sempre ser uma **reta**. É possível provar que de fato o gráfico sempre será uma reta. Essa demonstração você irá poder conferir no “Ampliando o saber” da próxima aula.

Criar o gráfico de uma função afim pode ser bem mais simples do que parece. Como dois pontos determinam uma única reta, basta escolher dois valores para x e formar os correspondentes pares ordenados. Com esses dois pontos no plano cartesiano, podemos traçar a reta que representa o gráfico da função.

4.1 Zero da função afim

O zero de uma função é todo valor x do domínio tal que $f(x) = 0$. Sendo $f(x) = ax + b$ fórmula geral das funções afim, obtém-se o zero da função resolvendo a equação: $ax + b = 0$.

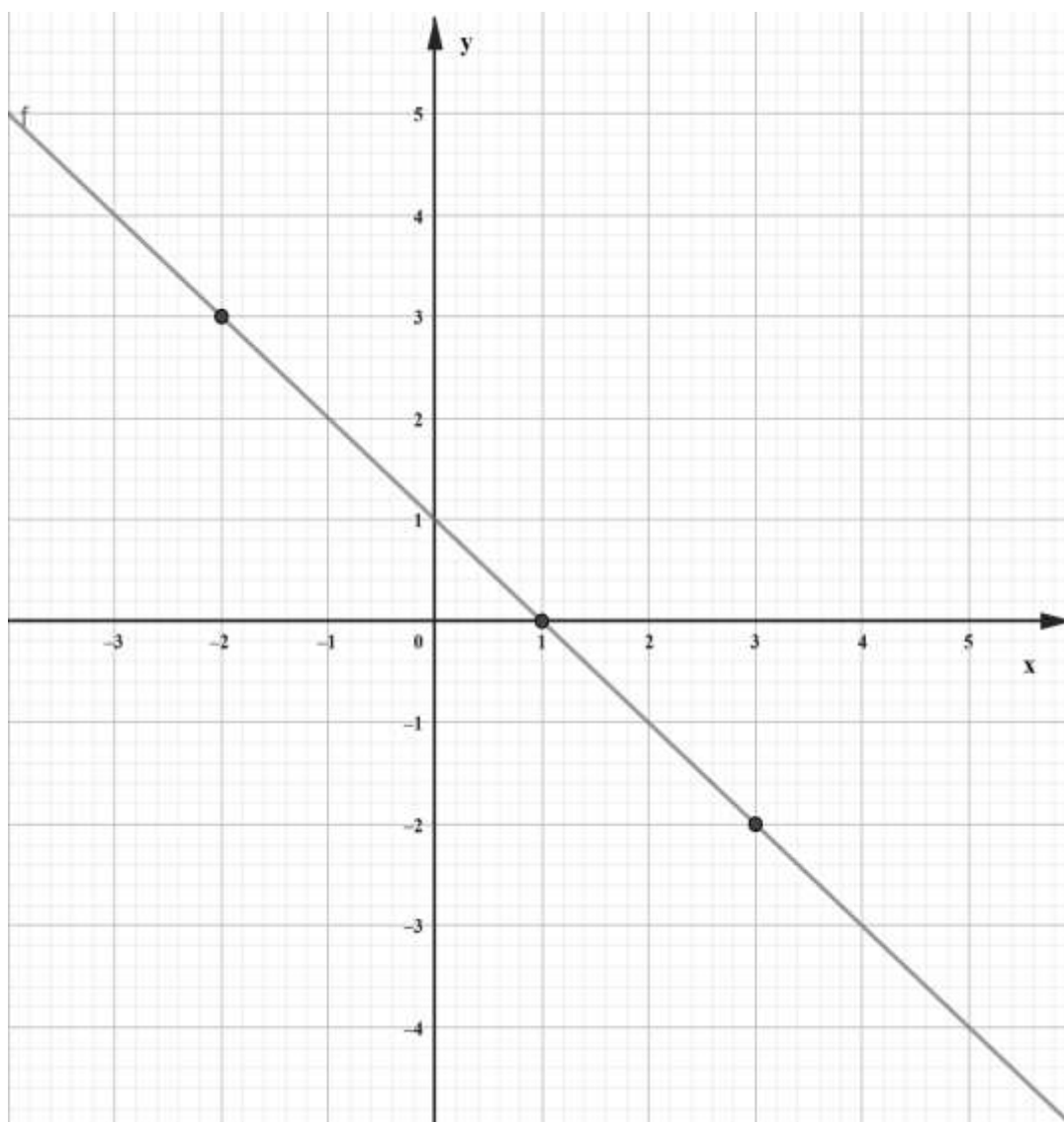
Vamos construir o gráfico da função $f(x) = -x + 1$. Como foi falado, precisamos apenas de dois pontos para determinar uma reta. Então vamos escolher $x = -2$ e $x = 3$:

- $f(-2) = -(-2) + 1 = 2 + 1 = 3$. A imagem do -2 é 3, portanto temos o par ordenado $(-2, 3)$;
- $f(3) = -(+3) + 1 = -3 + 1 = -2$. A imagem do 3 é -2, portanto temos o par ordenado $(3, -2)$;

Veja que o gráfico da função f intercepta o eixo x no ponto $(1, 0)$, ou seja, para $x = 1$ temos $f(x) = 0$. Portanto a abscissa 1 é o **zero da função**.

O zero da função também pode ser determinado algebricamente. Basta resolver a equação $f(x) = 0$, ou seja: $-x + 1 = 0 \Rightarrow -x = -1 \Rightarrow x = 1$

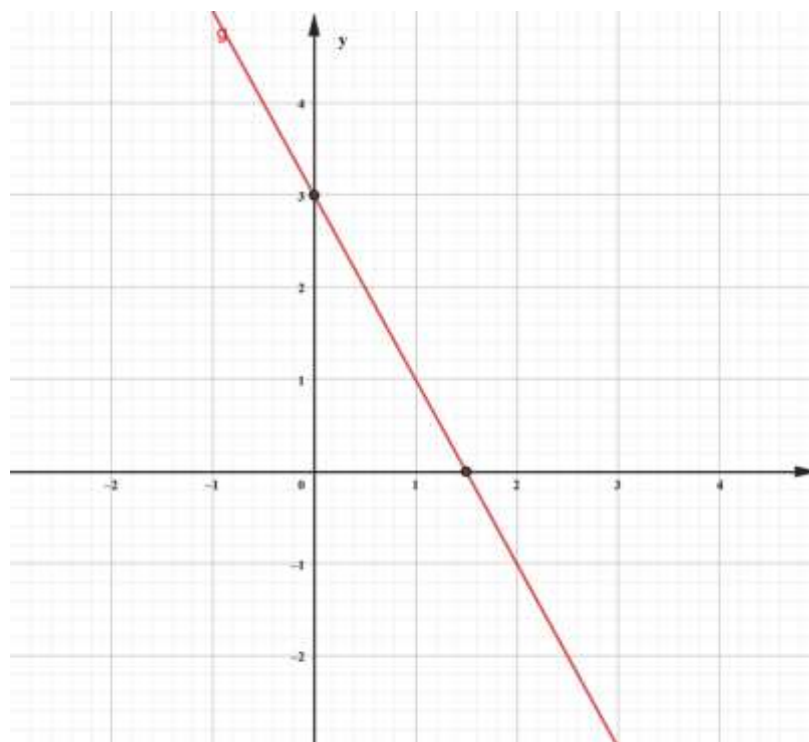
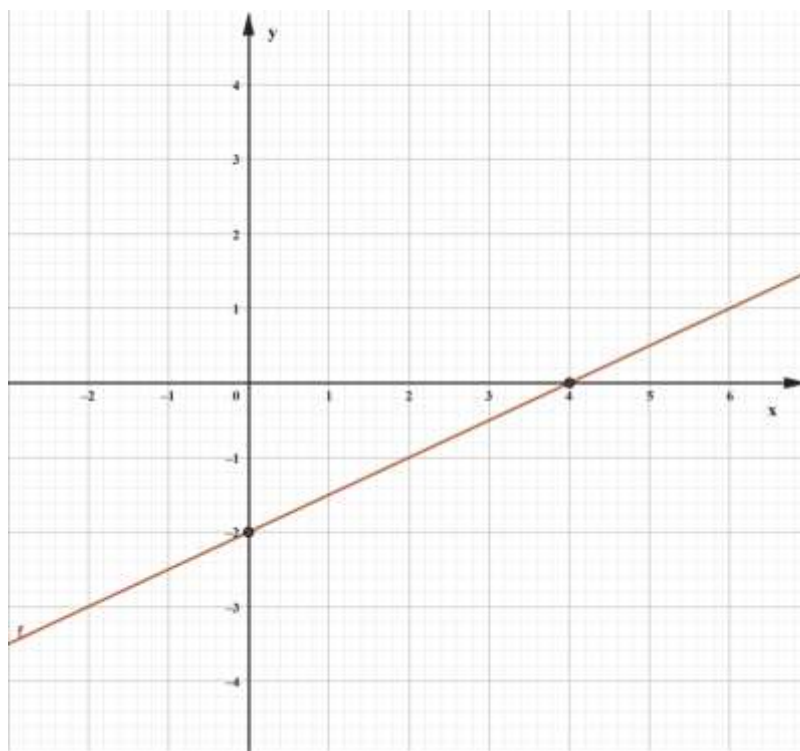
Logo, o zero da função $f(x) = -x + 1$ é 1.



4.2 Coeficientes da função afim

Já vimos que toda função afim é do tipo $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais. Os chamados **coeficientes** a e b fornecem informações importantes a respeito da função, principalmente sobre o comportamento do seu gráfico.

Vamos observar o gráfico das funções $f(x) = \frac{x}{2} - 2$ e $g(x) = -2x + 3$:

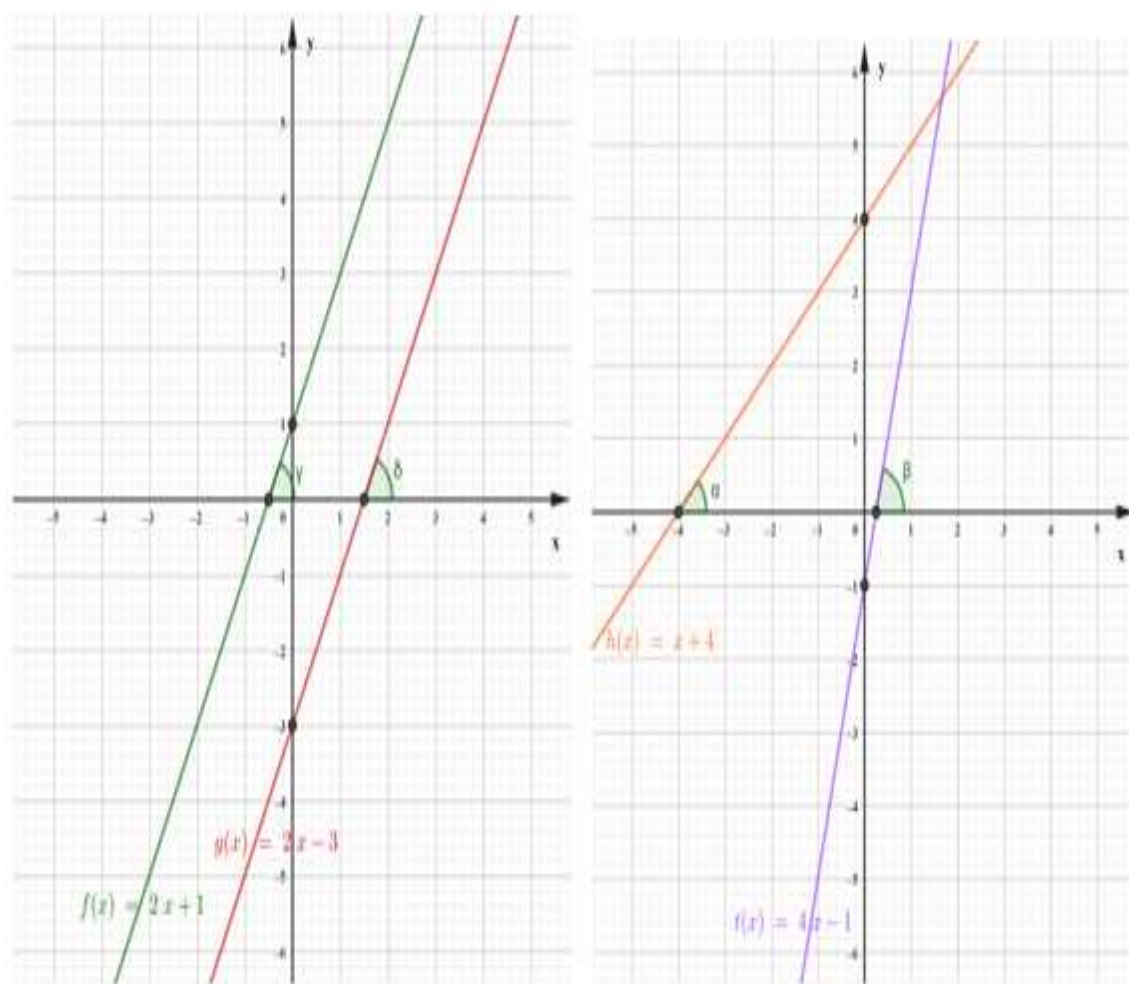


Em cada gráfico é possível notar que o ponto de intersecção com o eixo y corresponde ao coeficiente b da função afim. Isso acontece porque para que o gráfico intercepte o eixo y , o x precisa ser igual a zero, sendo assim:

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ f(0) &= a \cdot 0 + b \\ f(0) &= b \end{aligned}$$

Portanto, em uma função afim $f(x) = ax + b$, o ponto de coordenadas $(0, b)$ será onde o gráfico da função intercepta o eixo y . O coeficiente b é chamado de **termo constante** ou taxa fixa da função.

Agora observe os gráficos a seguir:



Note que cada função forma um ângulo com o eixo x , que está relacionado com coeficiente a da função.

As funções f e g possuem o mesmo ângulo com o eixo x , sendo assim, o coeficiente a da função f é igual ao coeficiente a da função g . Por consequência, as retas que representam essas funções são paralelas.

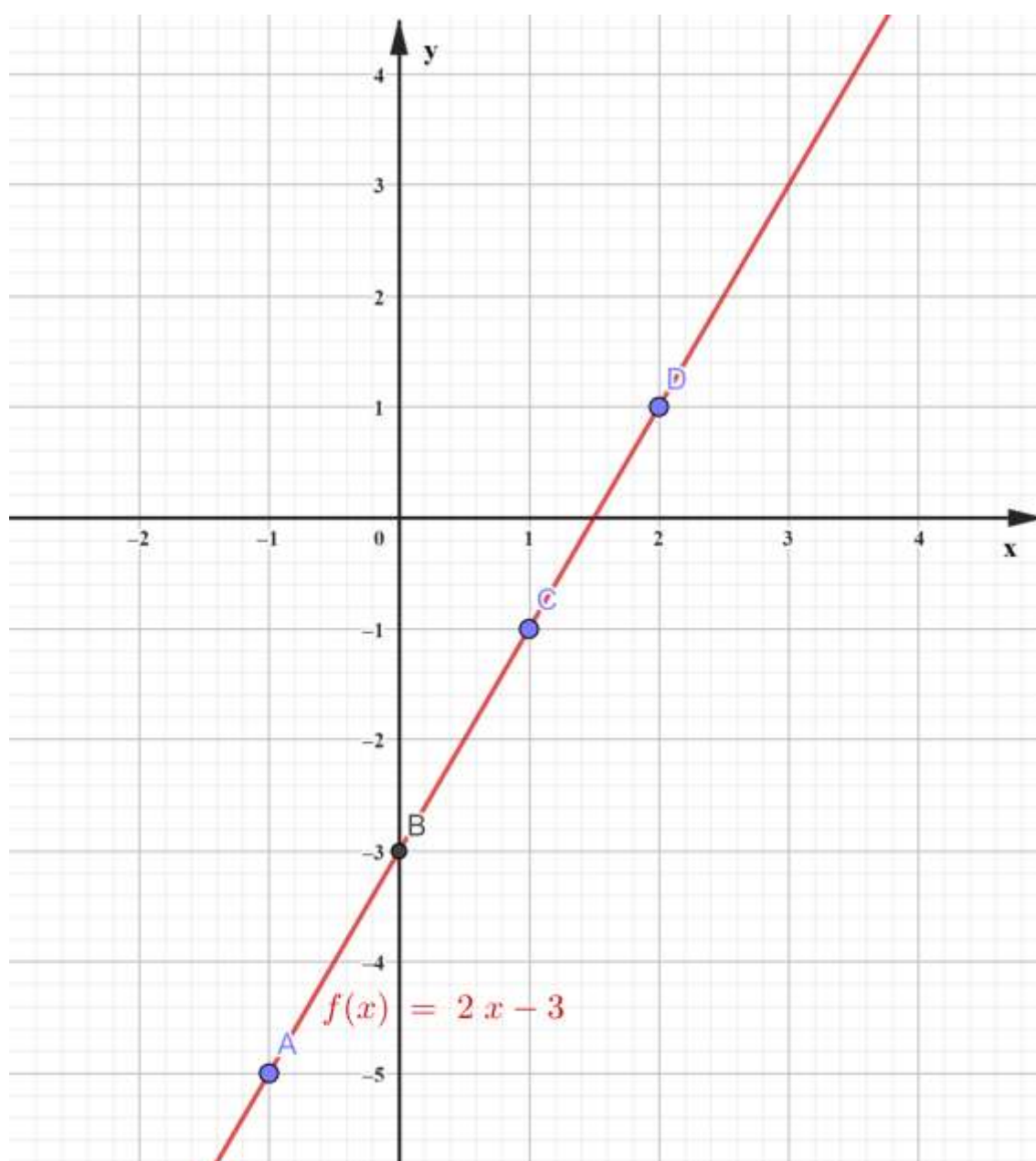
Já as funções h e t , possuem ângulos de inclinação diferentes, sendo assim, não possuem o mesmo coeficiente a , portanto não são paralelas.

Na função afim $f(x) = ax + b$, o coeficiente a é chamado de **declividade**. Também pode ser chamado de **taxa de variação da função**. Na geometria analítica, ele é chamado de coeficiente angular da reta.

4.3. Crescimento e decrescimento da função afim

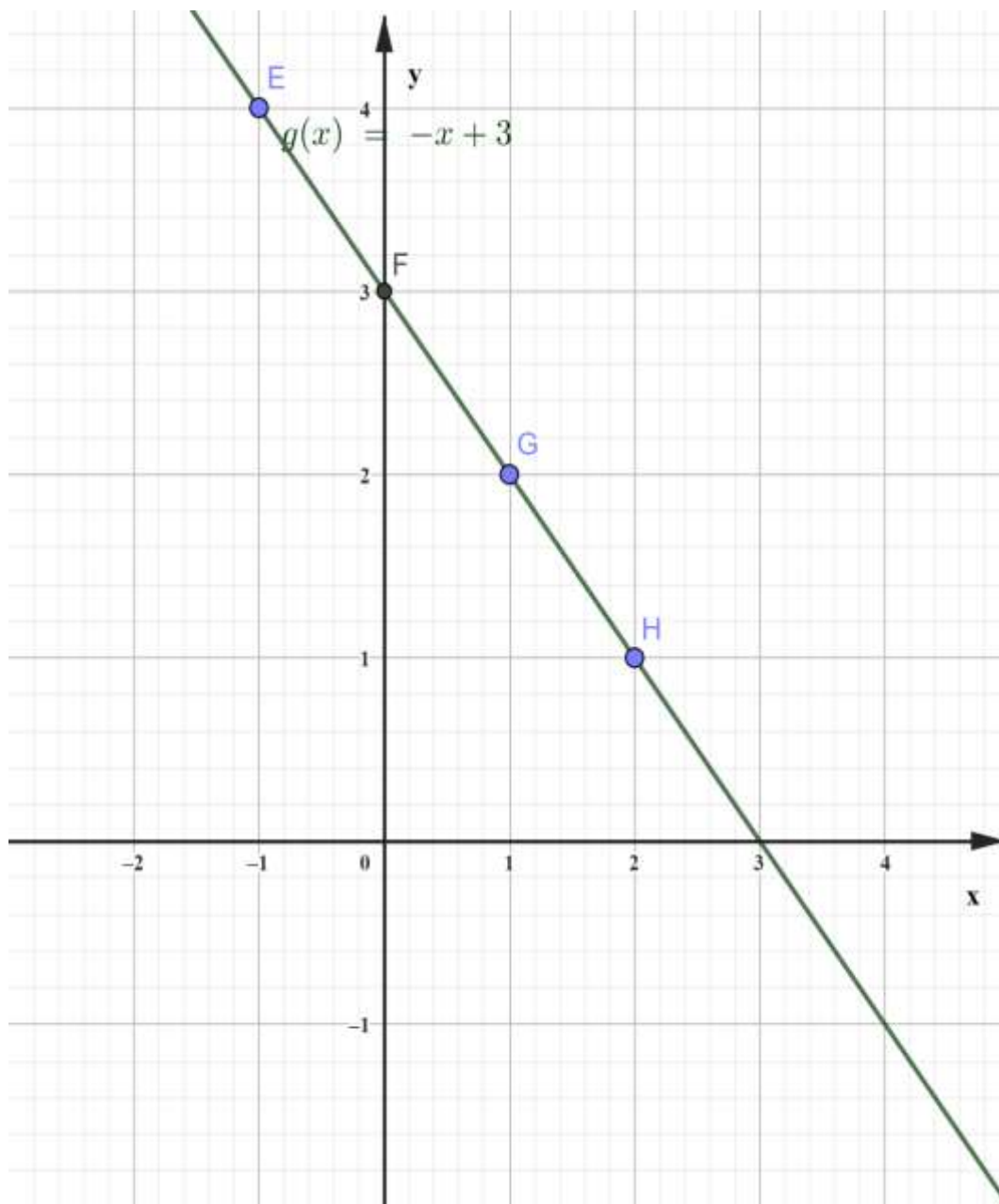
O coeficiente a da função afim, também determina se a função será **crescente** ou **decrescente**. No caso de $a > 0$, ou seja, a positivo, teremos uma função crescente. Já no caso de $a < 0$, ou seja, a negativo, a função será decrescente.

Tomamos como exemplo a função $f(x) = 2x - 3$, de coeficiente $a = 2$ (positivo):



Observando os pontos $A=(-1, -5)$, $B=(0, -3)$, $C=(1, -1)$ e $D=(2, 1)$, é possível observar que, à medida que x aumenta, $f(x)$ também aumenta. Logo, temos uma **função crescente**. Graficamente, a reta sobe da esquerda para a direita, conforme apresentado na figura acima.

Agora, veja a função $g(x) = -x + 3$, com $a = -1$ (negativo):



De acordo com os pontos $E=(-1, 4)$, $F=(0, 3)$, $G=(1, 2)$ e $H=(2, 1)$, indica que, conforme x aumenta, $f(x)$ diminui. Portanto, temos uma função decrescente. O gráfico é uma reta com inclinação negativa, ou seja, a reta desce da esquerda para a direita.

Agora vamos exercitar!

Qual alternativa a seguir NÃO representa uma função afim?

- a) $y = 3x + 2$
- b) $y = 0,5x - 1$
- c) $y = x^2$
- d) $y = -2x + 5$
- e) $y = 7x - 3$

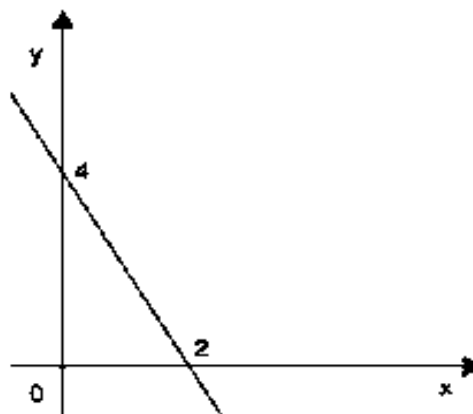
Solução Comentada:

Uma função afim é da forma $f(x) = ax + b$, por exemplo, no item A, os coeficientes a e b são, respectivamente, iguais 3 e 2. A função $y = x^2$ é a única que não é afim, pois o grau do polinômio é 2, ou seja, expoente da variável x é 2.

Resposta correta: item C.

(SARESP) Qual é a equação do gráfico da função de 1º grau representado ao lado?

- a) $y = 4x + 2$
- b) $y = 2x + 4$
- c) $y = -2x + 4$
- d) $y = 0,5x + 4$



Solução Comentada:

Pelo gráfico percebemos que o ponto de interseção com o eixo y é 4, logo, $b = 4$. Se a função corta o eixo x no 2, então temos o zero da função, ou seja, quando $x = 2 \rightarrow y = 0$. Como a função afim é do tipo $f(x) = ax + b$, temos que:

$$\begin{aligned} ax + b = 0 &\Rightarrow a \cdot 2 + 4 = 0 \Rightarrow 2a = -4 \\ &\Rightarrow a = \frac{-4}{2} \Rightarrow a = -2 \end{aligned}$$

Portanto, a função é $f(x) = -2x + 4$ ou $y = -2x + 4$.

Resposta correta: item C.

Que tal praticar?

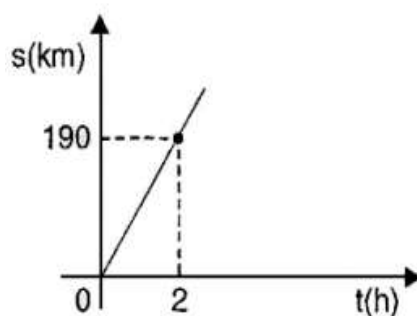
1. A função $y = 3x - 2$ pode ser classificada como uma

- a) função do 1º grau.
- b) função do 2º grau.
- c) função exponencial.
- d) função logarítmica.
- e) função seno.

2. Se uma função afim passa pelo ponto (2, 4) e possui coeficiente angular igual a 3, qual é sua equação?

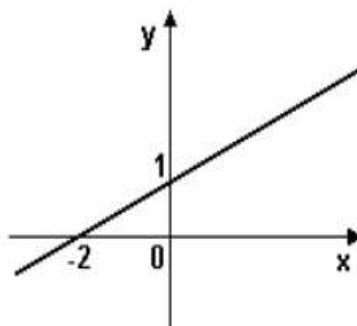
- a) $y = 3x + 2$
- b) $y = 5x + 2$
- c) $y = 2x + 5$
- d) $y = 5x + 3$
- e) $y = 3x - 2$

3. (SARESP) O gráfico seguinte representa a distância, em quilômetros, percorrida por um veículo em t horas, rodando a uma velocidade constante.



- a) $s = 95t$
- b) $s = 190t$
- c) $t = 95s$
- d) $t = 190s$

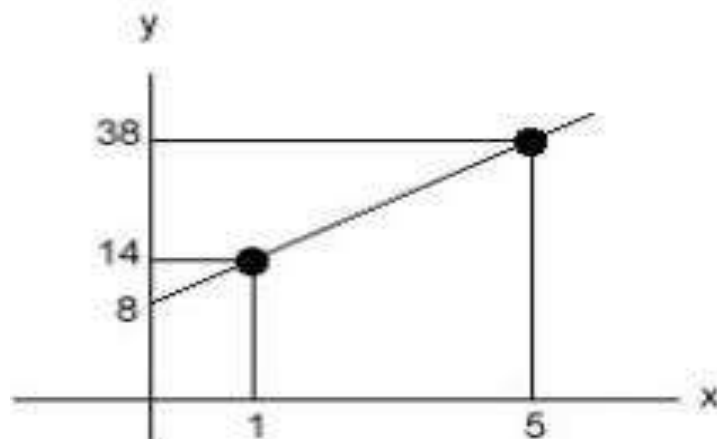
4. (PUC-MG) O gráfico da função $f(x) = ax + b$ está representado na figura.



O valor de $a + b$ é:

- a) -1
- b) $2/5$
- c) $3/2$
- d) 2

5. Observe o gráfico abaixo



A função polinomial do gráfico acima é:

- a) $y = x + 13$
- b) $y = 6x + 8$
- c) $y = 8x + 6$
- d) $y = 14x + 1$
- e) $y = 5x + 38$

6. (ENCCEJA) Dois amigos, A e B, fizeram uma brincadeira: a cada número x , dito pelo amigo A, o amigo B respondia com um valor y , que seguia uma regra criada por ele. O objetivo da brincadeira era o amigo A descobrir a regra criada pelo amigo B. Os valores observados em cada rodada dessa brincadeira estão representados no quadro.

x	-1	2	3	5
y	-4	5	8	14

A expressão que representa a regra criada pelo amigo B, a partir do número x , é igual a

- a) $x + 3$
- b) $3x - 1$
- c) $x - 3$
- d) $3x + 1$

7. (ENCCEJA) O dono de um estacionamento criou uma expressão algébrica para facilitar o cálculo do valor cobrado de cada carro (y), em real, pela utilização do estacionamento por x hora. Neste cálculo, considera somente valores inteiros de hora, e cada fração de hora é considerada como uma hora de utilização. Nesse estacionamento é cobrada a taxa de R\$ 3,00 pela primeira hora de permanência e, da segunda hora em diante, são cobrados R\$ 2,00 adicionais para cada hora de permanência do carro. A representação algébrica correta criada pelo dono do estacionamento foi

- a) $y = 5x$
- b) $y = 6x$
- c) $y = 3 + 2x$
- d) $y = 3 + 2(x - 1)$

Ampliando o saber

Leia mais sobre a Geometria Analítica, acessando o site:

<https://lirte.pesquisa.ufabc.edu.br/matreematica/a-matematica-do-cotidiano/ramos/geometria/geometria-analitica/>



Aponte a câmera do seu celular

Você sabia que existe um aplicativo incrível para gerar os gráficos das funções?

Baixe agora mesmo no seu celular e aproveite para aprofundar ainda mais os seus conhecimentos em função polinomial do 1º grau:

<https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android.calculator.suite>



Aponte a câmera do seu celular

AULA 5 Resolver situação problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo

É importante saber...

- Ter noções de álgebra, incluindo a manipulação de equações simples do 1º e 2º grau e a compreensão de variáveis e expressões algébricas;
- Classificar os triângulos quanto aos seus lados e seus ângulos;
- Compreender a relação entre os lados dos triângulos e a ideia de proporção e razão;
- Entender o plano cartesiano e como representar pontos e figuras geométricas nele;
- Conhecer o conceito básico sobre ângulos: definição, classificação e medidas;
- Entender sobre projeções ortogonais.

Construindo o saber!

O Teorema de Pitágoras é um dos pilares fundamentais da matemática, estabelecendo uma relação precisa entre os lados de um triângulo retângulo. Formulado por Pitágoras, um matemático grego do século VI a.C., este teorema afirma que, em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa (o lado oposto ao ângulo reto) é igual à soma dos quadrados dos catetos (os outros dois lados). Apesar de sua aparente simplicidade, o Teorema de Pitágoras possui uma profundidade e uma abrangência que transcendem a geometria.

Sua importância vai além das fronteiras da matemática pura, sendo fundamental em diversas áreas do conhecimento.



Na física, ele é crucial para a análise vetorial e a resolução de problemas envolvendo forças e movimentos. Na engenharia, o teorema é aplicado no design e construção de estruturas, garantindo estabilidade e precisão. No campo da computação gráfica, ele permite cálculos essenciais para a renderização de imagens tridimensionais. Além disso, na navegação e na cartografia, o Teorema de Pitágoras auxilia na determinação de distâncias e na localização de pontos.

Ao longo desta aula, exploraremos as várias facetas do Teorema de Pitágoras, desde suas demonstrações matemáticas até suas aplicações práticas.

1. Contexto histórico

No antigo Egito, cerca de 2.000 anos a.C., havia um uso prático do triângulo retângulo na construção de pirâmides e na redistribuição de terras após as enchentes do rio Nilo. Os egípcios possuíam uma ferramenta muito útil: o triângulo retângulo, conhecido como triângulo sagrado egípcio. Para utilizá-la, eles empregavam uma corda ou laço com nós amarrados a intervalos iguais, formando segmentos de 3, 4 e 5

unidades. Essa configuração criava um trio pitagórico. Com essas medidas, eles conseguiam garantir a formação precisa de ângulos retos.



Bem antes de Pitágoras, vários estudos foram realizados, dos mais diversos povos e em várias épocas. O Teorema de Pitágoras é o teorema que possui o maior número de demonstrações. Só a coleção de Loomis contém 371 provas e demonstrações do famoso teorema.

Embora estudos e conhecimentos relacionados ao Teorema de Pitágoras existissem em civilizações anteriores, como na Babilônia e no Egito, o teorema é atribuído a Pitágoras devido ao impacto e à formalização que sua escola de pensamento, os pitagóricos, proporcionou à matemática. Os pitagóricos foram os primeiros a sistematizar e demonstrar rigorosamente a relação entre os lados de um triângulo retângulo, transformando um conhecimento empírico em um teorema matemático formal.

2. Semelhança de triângulos

A semelhança de triângulos é um conceito fundamental na geometria que estabelece quando dois triângulos são, geometricamente, iguais em forma, embora possam diferir em tamanho. Dois triângulos são considerados semelhantes se seus ângulos correspondentes forem congruentes e seus lados correspondentes forem proporcionais. Este conceito é crucial, porque permite a transferência de propriedades de um triângulo para outro, facilitando a resolução de diversos problemas geométricos.

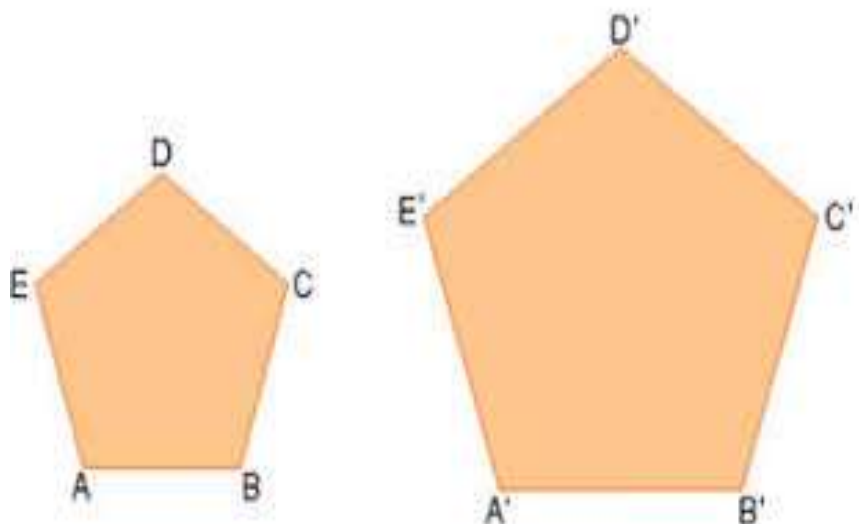
A compreensão da semelhança de triângulos é essencial para a derivação do Teorema de Pitágoras. Ao analisar triângulos semelhantes, podemos descobrir relações entre os lados de triângulos retângulos e, a partir dessas relações, chegar à formulação precisa do teorema.

2.1 Definição de semelhança de polígonos

Dois polígonos são semelhantes, se e somente se:

- I. Seus ângulos correspondentes são congruentes: cada ângulo de um polígono é igual ao ângulo correspondente do outro polígono;
- II. Seus lados correspondentes são proporcionais: As razões entre os comprimentos dos lados correspondentes de ambos os polígonos são iguais.

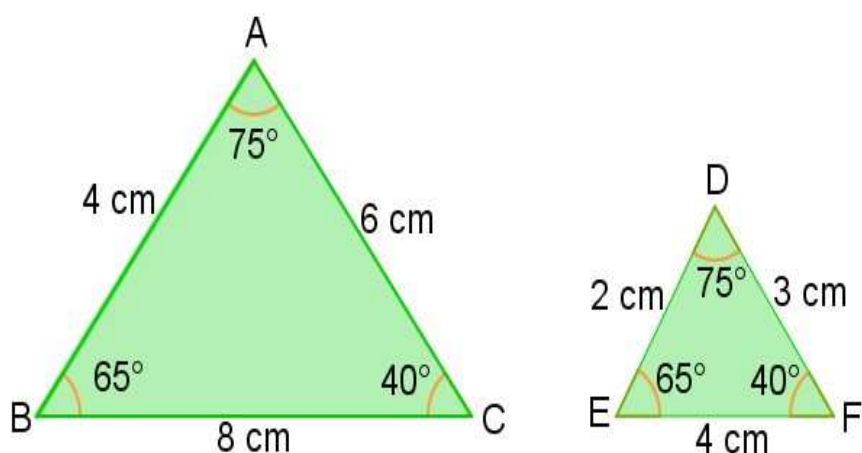
Sejam $ABCDE$ e $A'B'C'D'E'$ dois pentágonos semelhantes (Representamos assim: $ABCDE \sim A'B'C'D'E'$):



Então, temos que:

- I. $\hat{A} \equiv \hat{A}'$, $\hat{B} \equiv \hat{B}'$, $\hat{C} \equiv \hat{C}'$, $\hat{D} \equiv \hat{D}'$ e $\hat{E} \equiv \hat{E}'$. Note que: $\hat{A} \equiv \hat{A}'$ significa que o ângulo $\hat{A}$ possui a mesma medida do ângulo $\hat{A}'$.
- II. $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EA}{E'A'} = k$ ou seja, ao dividir a medida dos lados correspondentes, o resultado sempre será um certo número k .

Exemplo:



Os triângulos ABC e DEF são semelhantes, pois:

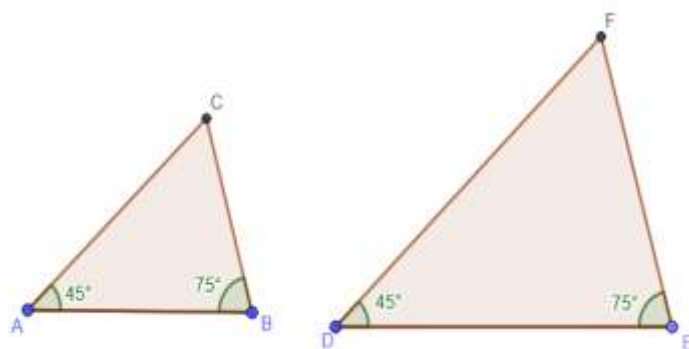
- I. $\hat{A} \equiv \hat{D}$ (ambos medem 75°), $\hat{B} \equiv \hat{E}$ (ambos medem 65°) e $\hat{C} \equiv \hat{F}$ (ambos medem 40°);
- II. $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{FD}} = k \Rightarrow \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3} = 2$;

2.2 Casos de semelhança de triângulos

Existem três casos em que é possível concluir que dois triângulos são semelhantes sem conhecer todas as medidas de seus ângulos internos e lados. Essas situações são baseadas em critérios específicos de semelhança que utilizam apenas algumas informações sobre os triângulos.

→ 1º caso: Ângulo - Ângulo (AA)

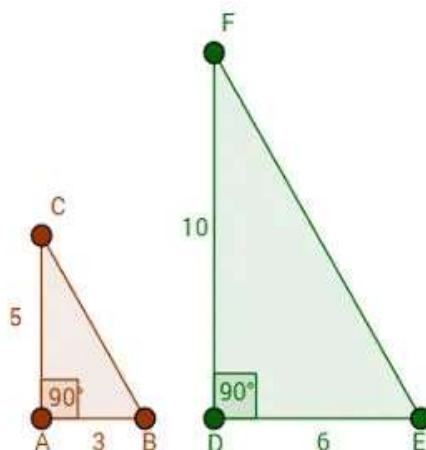
Dois triângulos são semelhantes se dois ângulos de um triângulo forem congruentes (medidas iguais) a dois ângulos correspondentes de outro triângulo. Veja no exemplo:



Os triângulos ABC e DEF possuem ângulos correspondentes com mesma medida (45° e 75°), portanto já podemos garantir que eles sejam semelhantes, sem a necessidade de obter as demais medidas de lados e ângulos. E com a conclusão de que eles são semelhantes, podemos afirmar que o terceiro par de ângulos também são congruentes ($\hat{C} \equiv \hat{F}$), assim como também todos os seus lados são proporcionais $\left(\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = k\right)$.

→ 2º caso: Lado - Ângulo - Lado (LAL)

Este critério estabelece que dois triângulos são semelhantes se dois lados de um triângulo são proporcionais a dois lados correspondentes de outro triângulo e o ângulo formado entre esses dois lados em ambos os triângulos é congruente. Observe o exemplo:



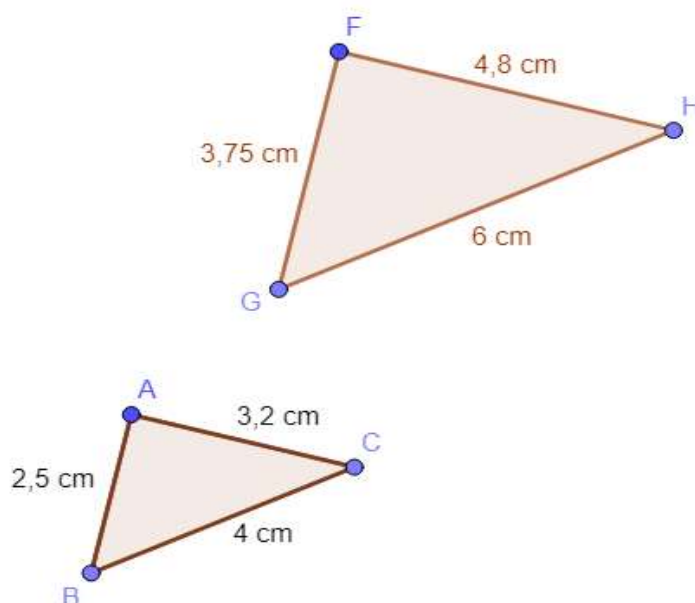
Note que, os lados $\overline{AB}, \overline{DE}, \overline{AC}$ e $\overline{DF}$ são proporcionais, pois $\frac{3}{6} = \frac{5}{10} = 0,5$. De uma maneira mais prática, observe que o triângulo à direita (o maior) possui lados que são o dobro dos lados correspondentes do triângulo à esquerda (o menor).

Da mesma forma que os lados do triângulo menor têm metade das medidas dos lados do triângulo maior, como foi apresentado no resultado da proporção ($k = 0,5$).

Perceba também que os ângulos que formam os lados proporcionais correspondentes são congruentes: $\hat{A} \equiv \hat{F}$ (ambos medem 90°). Portanto, mesmo sem as demais informações dos triângulos é possível concluir que os triângulos ABC e DEF são semelhantes.

→ **3º caso: Lado - Lado - Lado (LLL)**

Este critério determina que dois triângulos são semelhantes, se os três lados de um triângulo são proporcionais aos três lados correspondentes de outro triângulo. Exemplo:



Pode-se notar que:

$$\frac{3,75}{2,5} = \frac{6}{4} = \frac{4,8}{3,2} = 1,5$$

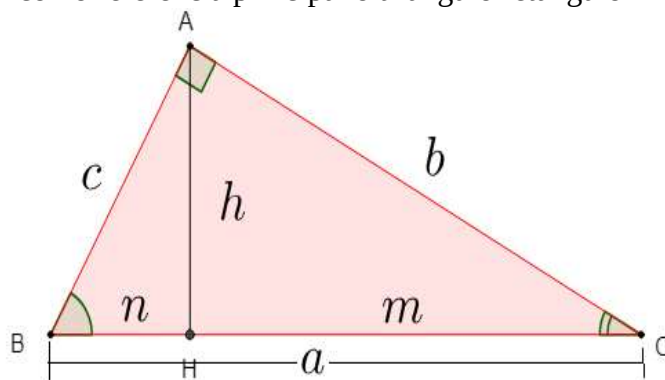
A proporcionalidade dos lados dos triângulos confirma a semelhança, mesmo sem sabermos as medidas de seus ângulos. Sendo assim, como $ABC \sim FGH$, significa então que seus ângulos correspondentes são congruentes.

3. Relações métricas no triângulo retângulo

As relações métricas no triângulo retângulo são fórmulas e propriedades que relacionam os comprimentos dos lados com outros segmentos de um triângulo retângulo. Estas relações são fundamentais para a resolução de problemas geométricos.

3.1. Elementos do triângulo retângulo

Vamos usar como referência principal o triângulo retângulo ABC a seguir:

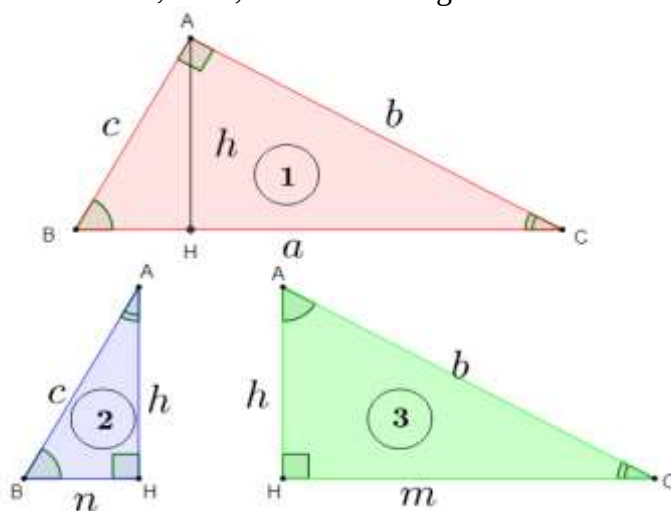


O ângulo $\widehat{A}$ é reto (90°) e do vértice A foi traçada a altura $\overline{AH}$ do triângulo, relativa à base $\overline{BC}$, pois forma 90° com ela. Chamamos cada segmento da seguinte maneira:

- $a \rightarrow$ hipotenusa;
- b e $c \rightarrow$ catetos;
- $h \rightarrow$ altura relativa à hipotenusa;
- $n \rightarrow$ projeção do cateto b sobre a hipotenusa;
- $m \rightarrow$ projeção do cateto c sobre a hipotenusa.

3.2. A semelhança dos triângulos e as relações métricas

Note que ao traçarmos a altura do triângulo retângulo ABC, o mesmo foi “dividido” em outros dois triângulos: ABH e AHC. Vamos nomear cada um dos triângulos, chamando-os de 1, 2 e 3, conforme as figuras:



Analizando os triângulos $\widehat{1}$ e $\widehat{3}$, vemos que $\widehat{A} \equiv \widehat{H}$, pois ambos medem 90° . Observe também que o ângulo $\widehat{C}$ está presente nos dois triângulos. Então, de acordo com o 1º caso de semelhança de triângulos (AA), temos que $ABC \sim AHC$. Sendo assim, seus lados são proporcionais, ou seja $\frac{b}{a} = \frac{h}{c}$, aplicando a propriedade fundamental da proporção, encontramos a seguinte relação: $a \cdot h = b \cdot c$

$a \cdot h = b \cdot c \rightarrow$ “O produto da hipotenusa com a sua altura é igual ao produto dos catetos.”

As demais relações são encontradas analogamente, aplicando a semelhança nos triângulos 1 e 2, como também no 2 e 3. Você pode conferir essas demonstrações mais adiante na seção “Ampliando o saber”.

3.3. As principais relações métricas

Como mencionado anteriormente, as fórmulas que relacionam as medidas dos lados de um triângulo retângulo são derivadas da semelhança entre triângulos. A seguir serão listadas as principais relações:

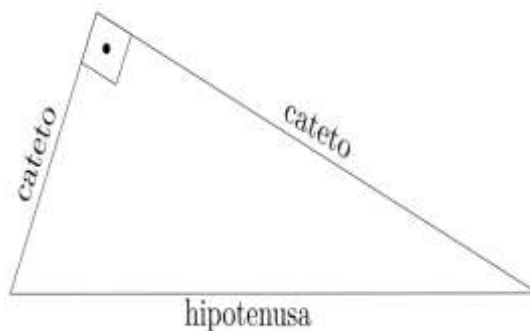
- I. $a \cdot h = b \cdot c \rightarrow$ “O produto da hipotenusa com a sua altura é igual ao produto dos catetos.”
- II. $c^2 = a \cdot n \rightarrow$ “O quadrado do cateto é igual a sua projeção, multiplicado pela sua hipotenusa.”
- III. $b^2 = a \cdot m \rightarrow$ “O quadrado do cateto é igual a sua projeção, multiplicado pela sua hipotenusa”
- IV. $h = m \cdot n \rightarrow$ “A altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das projeções dos catetos”

4. Teorema de Pitágoras

É importante lembrar que, um triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo reto, ou seja, um ângulo de 90 graus. Os lados deste triângulo têm nomes específicos:

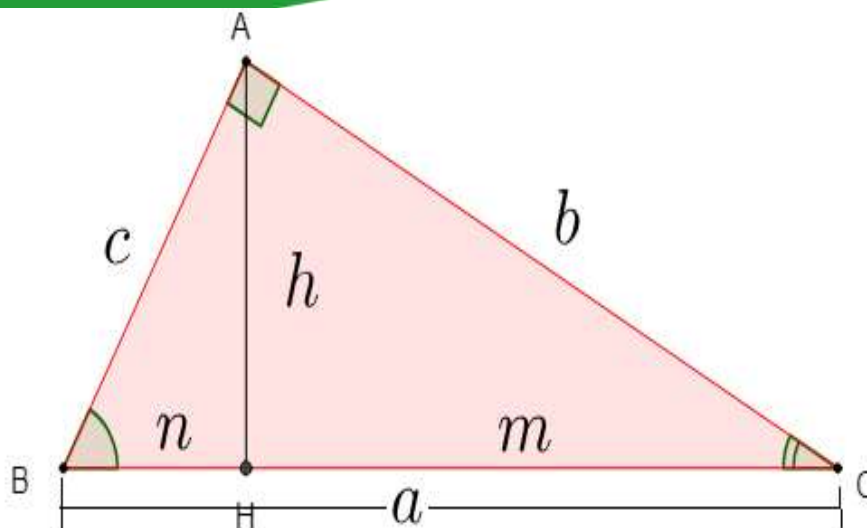
➤ **Hipotenusa:** A hipotenusa é o lado mais longo do triângulo retângulo e é o lado oposto ao ângulo reto. A palavra "hipotenusa" vem do grego "hypoteinousa," que significa "subtender" ou "alongar por baixo." Ela descreve o lado mais longo que "subtende" o ângulo reto.

➤ **Catetos:** Os outros dois lados do triângulo retângulo, que formam o ângulo reto, são chamados de catetos. A palavra "cateto" vem do grego "kathetos," que significa "perpendicular." Isso reflete a característica desses lados de formarem o ângulo reto no triângulo.



Como mencionado anteriormente, existem inúmeras maneiras de demonstrar o Teorema de Pitágoras. Já discutimos as relações métricas no triângulo retângulo; agora, vamos mostrar como o Teorema de Pitágoras pode ser derivado a partir dessas relações.

Lembrando que o nosso triângulo retângulo usado como referência é:



Das principais relações métricas que destacamos, duas delas serão usadas. Justamente as que “o quadrado do cateto é igual a sua projeção, multiplicado pela sua hipotenusa”, ou seja, as fórmulas II e III:

$$c^2 = a \cdot n$$

$$b^2 = a \cdot m$$

Quando somamos II e III, obtemos:

$$b^2 + c^2 = a \cdot m + a \cdot n$$

$$b^2 + c^2 = a \cdot (m + n)$$

Como o segmento $\overline{BC}$ é composto pela soma dos segmentos $\overline{BH}$ e $\overline{HC}$, então:

$$a = m + n$$

Sendo assim:

$$b^2 + c^2 = a \cdot a$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Portanto, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

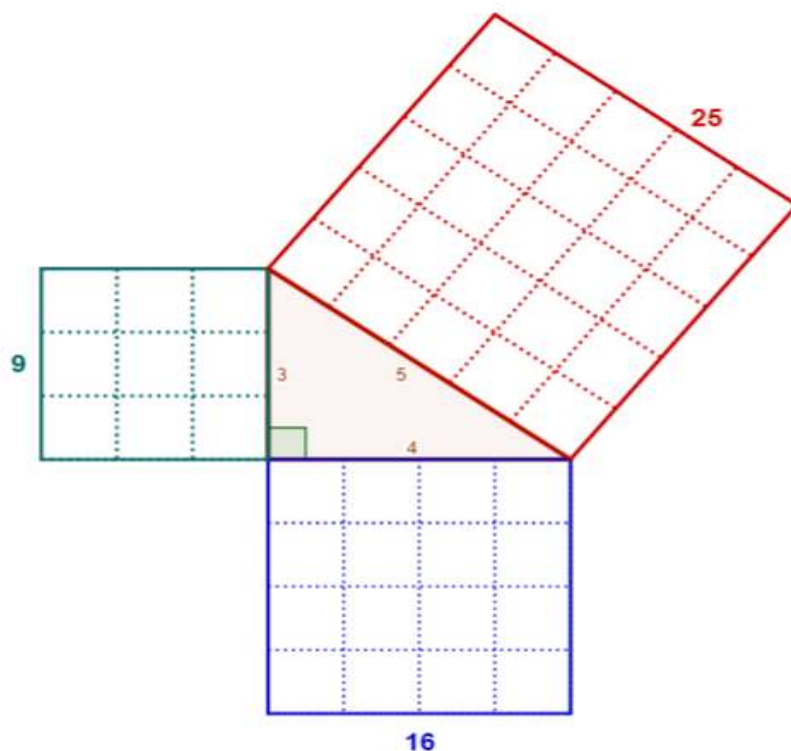
4.1 Demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras

O triângulo 3, 4, 5 é um exemplo clássico de triângulo retângulo e é conhecido por ser um triângulo pitagórico. Isso significa que os comprimentos dos seus lados satisfazem o Teorema de Pitágoras:

$$5^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow 5 \cdot 5 = 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 \Rightarrow 25 = 9 + 16$$

É um dos exemplos mais simples e mais fáceis de entender que satisfaz ao teorema. Ele usa números inteiros pequenos, o que o torna conveniente para cálculos e demonstrações.

Veja o triângulo e a aplicação do teorema representada geometricamente:



O quadrado obtido pelo lado do triângulo que mede 3 unidades possui 9 quadradinhos, ou seja, sua área é igual a 9 (adotando cada quadradinho como unidade de área). Da mesma forma, a área do quadrado obtido pelo lado que mede 4 é igual a 16. Somando os 9 quadradinhos de um cateto aos 16 quadradinhos do outro cateto, formamos a hipotenusa com 25 quadradinhos. Portanto, o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos.

Pitágoras realmente descobriu um fato incrível sobre os triângulos que se um triângulo tiver um ângulo reto e se fizermos um quadrado a partir de cada um dos 3 lados, então o maior quadrado tem uma área exatamente igual à soma das áreas dos outros dois quadrados.

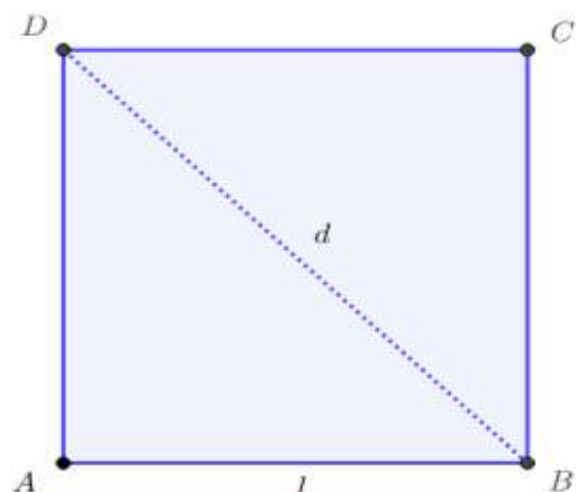
Não deixe de conferir os vídeos incríveis na seção “Ampliando o saber”. Esses vídeos oferecem explicações visuais e detalhadas que podem ajudar a esclarecer qualquer dúvida e proporcionar uma compreensão ainda mais completa do assunto.

4.2 Aplicações do Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras fornece expressões que facilitam certos cálculos de forma mais rápida. Vamos ver como usá-lo para calcular a diagonal de um quadrado e a altura de um triângulo equilátero.

4.2.1 Diagonal de um quadrado

Seja um quadrado ABCD, com lado medindo l e diagonal medindo d :



Vamos calcular a diagonal d de um quadrado em função do lado l . Um quadrado possui todos os seus ângulos retos, portanto o ângulo $\hat{A}$ é reto (90°). Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo ABD , temos:

$$d^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow d^2 = 2l^2$$

$$d = l\sqrt{2}$$

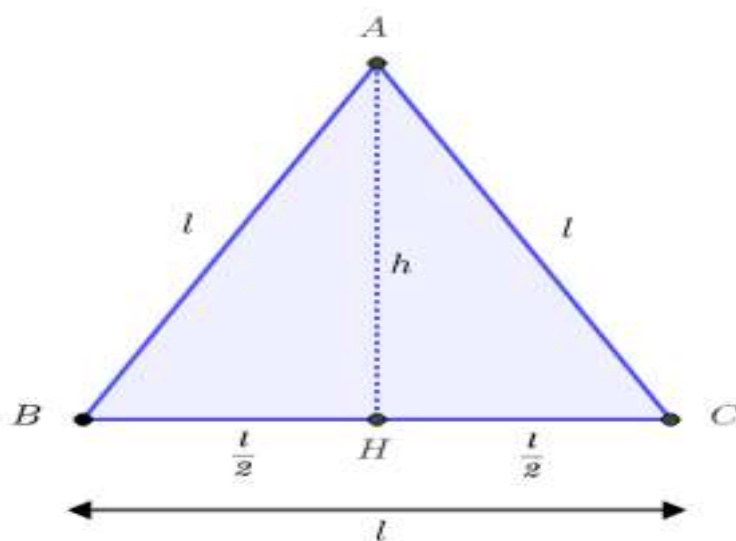
Então, para se calcular a medida da diagonal de um quadrado, basta multiplicar a medida do seu lado pela raiz quadrada de 2.

Exemplo: Qual a medida da diagonal de um quadrado com lado medindo 12 cm?

$$d = l\sqrt{2} \Rightarrow d = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

4.2.2. Altura de triângulo equilátero

O triângulo ABC a seguir é equilátero, ou seja, possui os três lados congruentes, assim também como os ângulos internos.



Vamos escrever h em função de l , aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo AHC :

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{3l^2}{4}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Exemplo: Encontre a medida da altura do triângulo equilátero com lado medindo 14cm.

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{14\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 7\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Agora vamos exercitar!

Aparelhos de TV e monitores de computador são vendidos com medidas em polegadas. Para se saber quantas polegadas possui a tela de uma televisão, basta medir na diagonal, de um canto a outro da tela. Carla mediu o comprimento e a largura da tela de sua televisão e encontrou as medidas indicadas na figura abaixo.



A televisão de Carla é de quantas polegadas?

- a) 12
- b) 16
- c) 20
- d) 28
- e) 40

Solução comentada:

A tela do monitor é um retângulo, então todos os seus ângulos internos são retos. Sendo assim, ao traçarmos a diagonal, formamos um triângulo retângulo. A medida da diagonal é a hipotenusa desse triângulo. Portanto, aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

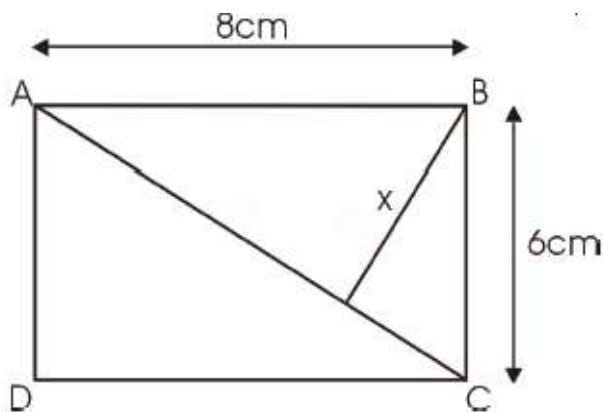
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 12^2 + 16^2 \Rightarrow a^2 = 144 + 256$$

$$a^2 = 400 \Rightarrow a = \sqrt{400} \Rightarrow a = 20$$

Por fim, o monitor possui 20 polegadas.

Resposta correta: item C.

(SPAECE) Na figura abaixo, ABCD é um retângulo e AC sua diagonal.



Qual é a distância x do vértice B até a diagonal?

- a) 4 cm
- b) 3,6 cm
- c) 4,8 cm
- d) 5 cm
- e) 10 cm

Solução comentada:

Primeiramente, precisamos encontrar a medida AC. Como o triângulo ABC é retângulo em B, então usamos o Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow a^2 = 64 + 36$$

$$a^2 = 100 \Rightarrow a = \sqrt{100} \Rightarrow a = 10$$

Agora, usamos uma das relações métricas do triângulo retângulo para achar a medida x:

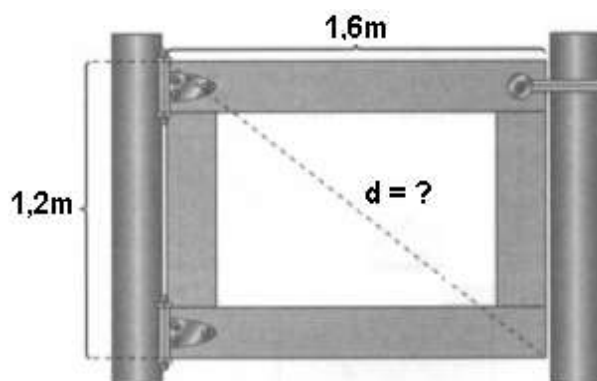
$$a \cdot h = b \cdot c \Rightarrow 10 \cdot x = 8 \cdot 6$$

$$10x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{10} \Rightarrow x = 4,8 \text{ cm}$$

Resposta correta: item C.

Que tal praticar?

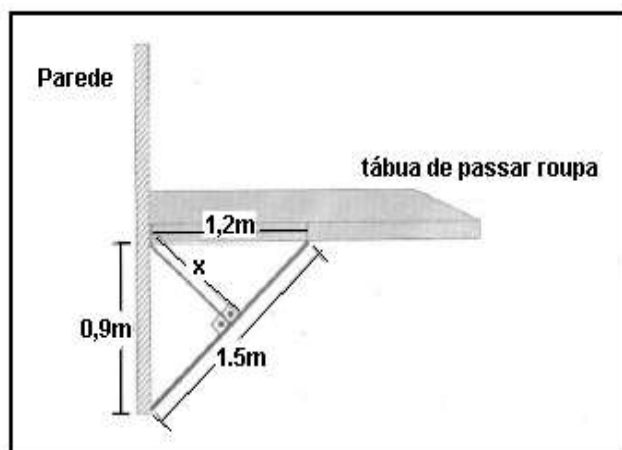
1. Um fazendeiro quer colocar uma tábua em diagonal na sua porteira.



Sabendo que a folha da porteira mede 1,2m por 1,6m. O comprimento dessa tábua é

- a) 2,8 m.
- b) 2 m.
- c) 0,8 m.
- d) 1,92 m.
- e) 3 m.

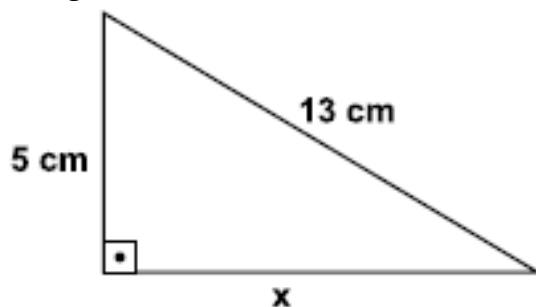
2. Um marceneiro fixou uma tábua de passar roupa perpendicular a uma parede, a 0,90 metros do chão. Para aumentar a resistência, ele colocou dois apoios, como mostra a figura abaixo.



O comprimento “x” do apoio menor é

- a) 0,42.
- b) 0,48.
- c) 0,72.
- d) 0,75.
- e) 0,87.

3. (SEAPE) Num triângulo retângulo, um dos catetos mede 5 cm, e a hipotenusa mede 13 cm conforme mostra a figura abaixo.



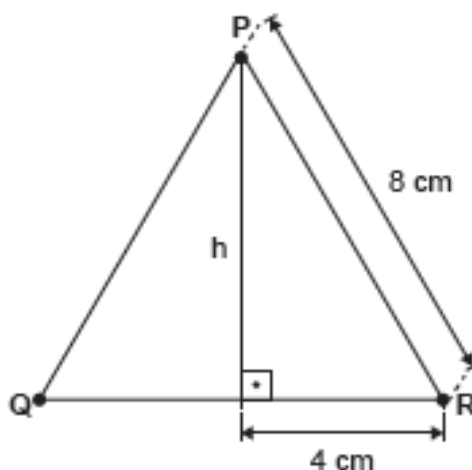
O valor do cateto x , em cm, é

- a) 1.
- b) 4.
- c) 8.
- d) 12.
- e) 18.

4. (SARESP) Se a diagonal de um quadrado mede $60\sqrt{2}$ m, quanto mede o lado deste quadrado?

- a) 50 m
- b) 60 m
- c) 75 m
- d) 90 m
- e) 100 m

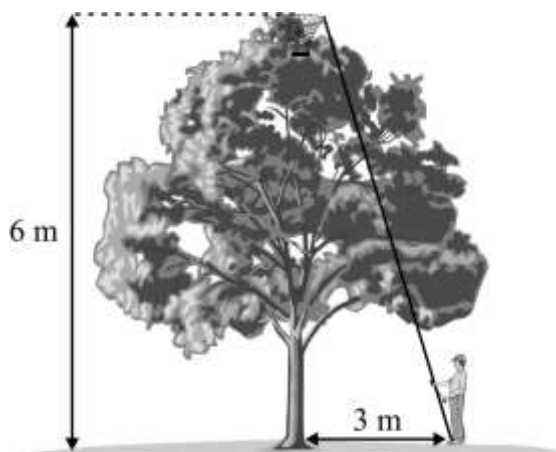
5. (SAEPE). Observe abaixo o desenho de um triângulo, em que h representa a medida da altura relativa ao lado QR desse triângulo.



Qual é a medida, em centímetros, da altura h desse triângulo?

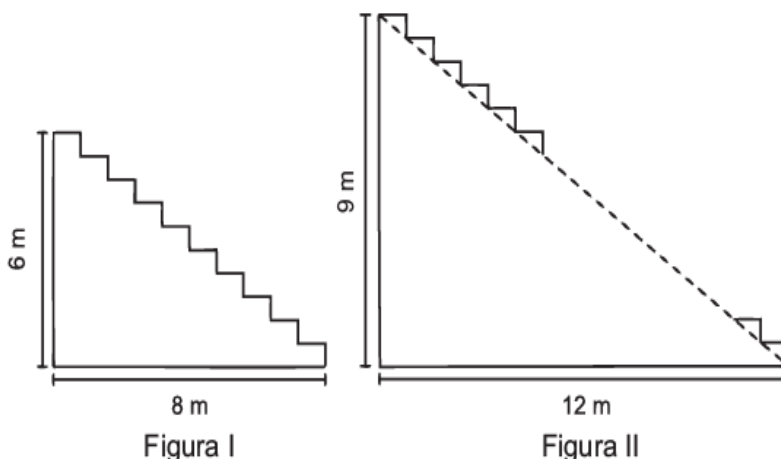
- a) $2\sqrt{2}$
- b) 4
- c) $4\sqrt{3}$
- d) 7
- e) $4\sqrt{5}$

6. (ENCCEJA) Deseja-se construir um equipamento composto de uma vara e uma cesta em uma das extremidades para colher frutos de uma mangueira. Para colher mangas, uma pessoa apoia no chão a extremidade do equipamento que não contém a cesta, de modo que essa extremidade fique a 3 metros do tronco da árvore. Se a mangueira tem 6 metros de altura, então, para poder colher os frutos que estão no topo da árvore, o comprimento da vara deve ser igual a, no mínimo:



- a) $3\sqrt{2}$ m.
- b) $3\sqrt{5}$ m.
- c) 6 m.
- d) 9 m.

7. (ENCCEJA) O esquema da Figura I mostra um lance de arquibancada de um estádio de futebol (com dez degraus). O clube responsável por esse estádio resolveu fazer uma reforma para aumentar a capacidade de público nos jogos (Figura II). Os novos degraus devem ter as mesmas dimensões que os degraus da arquibancada da Figura I.



Nessas condições, quantos degraus haverá na nova arquibancada?

- a) 22
- b) 17
- c) 15
- d) 12

Aprenda mais sobre o filósofo e matemático Pitágoras de Samos:

<https://www.youtube.com/watch?v=dTMNnikuyrc>



Confira as demonstrações de todos os casos de semelhança de triângulos:

<https://www.professores.uff.br/dirceuesu/wp-content/uploads/sites/38/2017/07/GBaula9.pdf>



Continue estudando sobre as relações métricas do triângulo retângulo:

https://www.youtube.com/watch?v=EmrqOi5_jXs



<https://app.planejativo.com/estudar/452/resumo/matematica-triangulo-retangulo-relacoes-metricas>



Demonstrações do Teorema de Pitágoras:

<https://www.youtube.com/watch?v=lGsjhPKv1Z8&t=49s>



<https://www.youtube.com/watch?v=CAkMUdeB06o>



AULA 6 Resolver situação problema envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente)

É importante saber...

- Conhecer o conceito básico sobre triângulos, incluindo tipos de triângulos (equilátero, isósceles, escaleno) e propriedades dos triângulos retângulos;
- Conhecer os lados de um triângulo retângulo: hipotenusa e catetos;
- Compreender o Teorema de Pitágoras;
- Aplicar o princípio da Razão e proporção em situações problemas.

Construindo o saber!

Trigonometria (do grego "trigõnon": triângulo + "metron": medidas) é o ramo da Matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos dos triângulos. Este campo é um dos mais antigos da Matemática, tendo sido utilizado desde os primórdios da civilização para medir ângulos e distâncias, ajudando a localizar pontos na superfície terrestre e resolver problemas práticos.

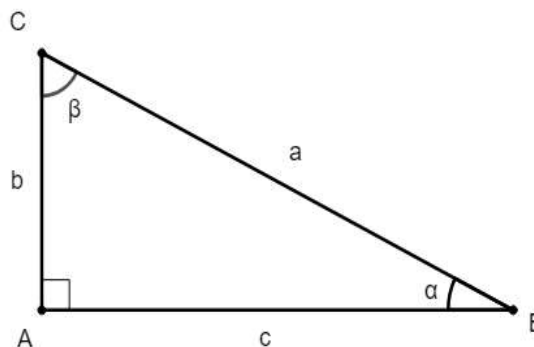
Desenvolvida pelos matemáticos gregos, a trigonometria surgiu da necessidade de avançar na Astronomia. Ela permitiu prever efemérides celestes, calcular o tempo e foi amplamente utilizada na Navegação e na Geografia. Através da trigonometria, era possível determinar a posição das estrelas e planetas, medir distâncias e criar mapas precisos, fundamentais para a navegação marítima e exploração terrestre.

Ao longo da história, a aplicação prática da trigonometria foi o principal motor para seu desenvolvimento. Na construção civil, ela é essencial para projetar e erguer edificações e pontes com precisão e segurança. Na navegação e aviação, a trigonometria ajuda a determinar posições exatas, calcular rotas e trajetórias, permitindo uma navegação eficiente. Em tecnologias modernas, como sistemas de GPS e técnicas de imagem médica, a trigonometria continua desempenhando um papel crucial.

Esta aula irá focar nas três razões trigonométricas fundamentais em um triângulo retângulo: seno, cosseno e tangente. Você aprenderá a identificar e usar os lados de um triângulo retângulo, calcular essas razões e aplicar esses conceitos para resolver problemas práticos.

1. Razões Trigonométricas

Considere o triângulo retângulo ao lado. O triângulo é retângulo em A e possui outros dois ângulos agudos: α e β . Ele será utilizado para apresentar as razões trigonométricas.



- Chamamos de seno de um ângulo agudo a razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa:

$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{b}{a} \quad \text{Lê-se: Seno de } \beta.$$

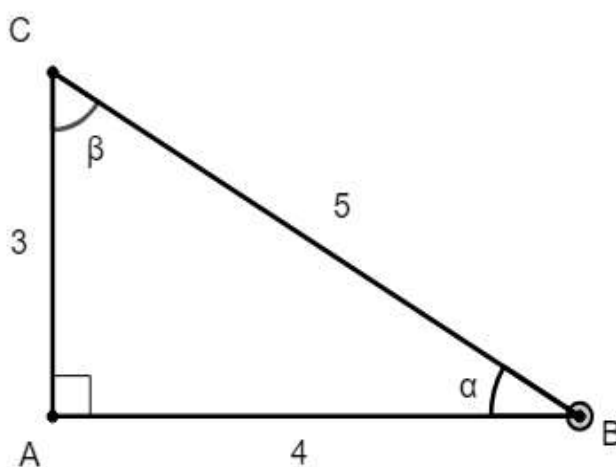
- Chamamos de cosseno de um ângulo agudo a razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa:

$$\text{cos}\alpha = \frac{\text{Cateto Adjacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{c}{a} \quad \text{Lê-se: Cosseno de } \alpha.$$

- Chamamos de tangente de um ângulo agudo a razão entre o cateto oposto ao ângulo e o cateto adjacente ao ângulo:

$$\text{tg}\alpha = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{b}{c} \quad \text{Lê-se: Tangente de } \alpha.$$

Exemplo: Vamos usar o clássico triângulo retângulo, com medidas 3, 4 e 5:



$$\text{sen}\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \text{sen}\beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\text{cos}\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5} = 0,8 \quad \text{cos}\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{3}{4} = 0,75 \quad \text{tg}\beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{4}{3} = 1,333...$$

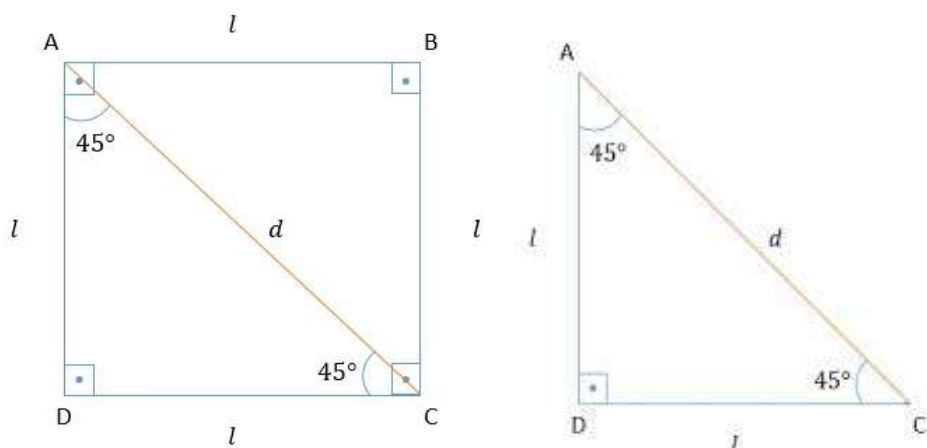
Observe que: $\text{Sen}\alpha = \text{Cos}\beta$ e $\text{Cos}\alpha = \text{Sen}\beta$. Isso ocorre devido aos ângulos α e β serem **ângulos complementares**, ou seja, a soma das suas medidas são iguais a 90° .

2. Ângulos notáveis

Compreendendo os valores do seno, do cosseno e da tangente de um ângulo agudo, podemos realizar diversos cálculos geométricos, muitos dos quais estão presentes em situações do cotidiano. Vamos explorar alguns valores notáveis dessas razões trigonométricas e, posteriormente, aplicá-los em contextos mais práticos.

2.1 Seno, cosseno e tangente de 45°

Na figura inicial, temos um quadrado com lado l . Quando traçamos sua diagonal (medindo $l\sqrt{2}$), formamos um triângulo retângulo, como ilustrado na segunda figura. Note que os ângulos agudos desse triângulo medem 45° .



$$\text{sen}\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\text{sen}\beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\text{cos}\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

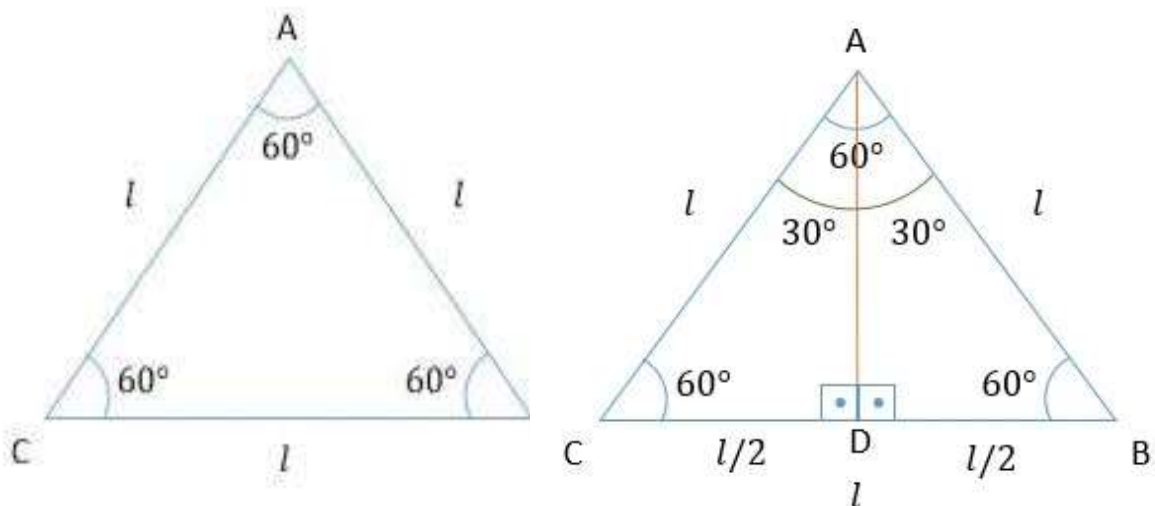
$$\text{cos}\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

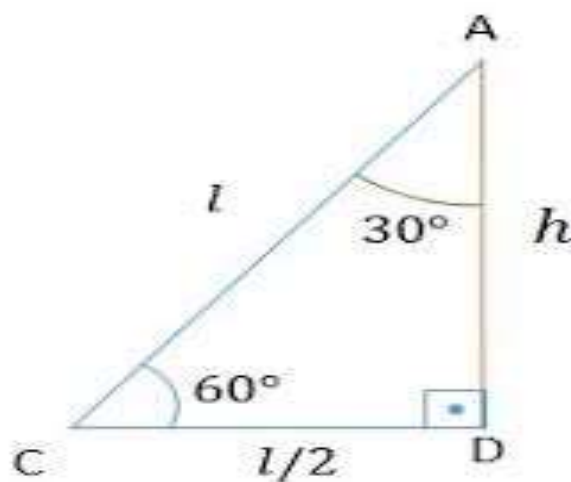
$$\text{tg}\beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{4}{3} = 1,333...$$

2.2 Seno, cosseno e tangente de 30° e 60°

Na figura abaixo, temos um triângulo equilátero com lado l , em que todos os ângulos medem 60° . Ao desenharmos sua altura, que tem a medida $\frac{l\sqrt{3}}{2}$, formamos triângulos retângulos, conforme ilustrado na segunda figura.



Agora, quando destacamos o triângulo ACD (retângulo em D), podemos encontrar sen , cos e tg dos ângulos de 30° e 60° .



$$\text{sen}60^\circ = \frac{h}{\frac{l}{2}} \Rightarrow \text{sen}60^\circ = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{\frac{l}{2}} \Rightarrow \text{sen}60^\circ = \frac{l\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{l} \Rightarrow \text{sen}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos}60^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{l} \Rightarrow \text{cos}60^\circ = \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{l} \Rightarrow \text{cos}60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg}60^\circ = \frac{h}{\frac{l}{2}} \Rightarrow \text{tg}60^\circ = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2}}{\frac{l}{2}} \Rightarrow \text{tg}60^\circ = \frac{l\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{l} \Rightarrow \text{tg}60^\circ = \sqrt{3}$$

Como os ângulos de 30° e 60° são complementares ($30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$), o seno de um é igual ao cosseno do outro e vice-versa. Então:

$$\begin{aligned} \text{sen}30^\circ &= \text{cos}60^\circ = \frac{1}{2} \\ \text{cos}30^\circ &= \text{sen}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Agora, para finalizar, vamos encontrar a tangente:

$$\begin{aligned} \text{tg}30^\circ &= \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \text{tg}30^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \text{tg}30^\circ = \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{l\sqrt{3}} \\ &\Rightarrow \text{tg}30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{tg}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

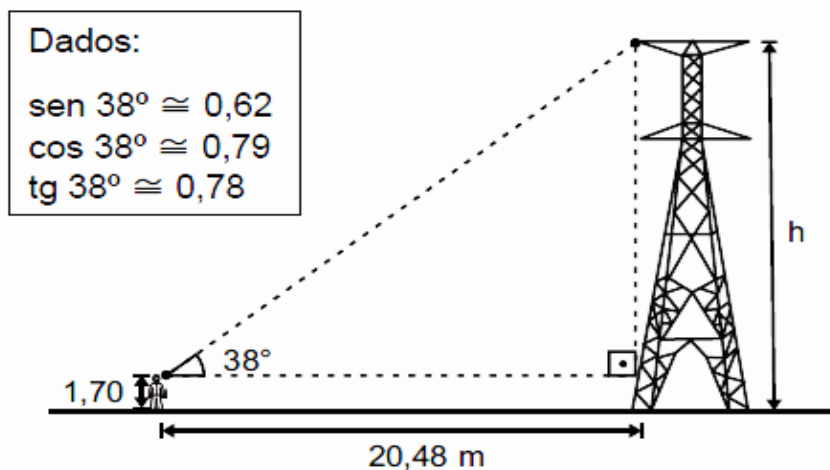
2.3 Tabela dos ângulos notáveis

Agora para resumir, vamos colocar todos os valores encontrados organizados em uma tabela.

	30°	45°	60°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Agora vamos exercitar!

1. (SAEGO). Observe abaixo o esquema que um observador montou para estimar a altura de uma torre de energia.



Qual é a altura h aproximada dessa torre de energia?

- a) 15,97
- b) 17,67
- c) 26,25
- d) 27,62
- e) 34,73

Solução comentada:

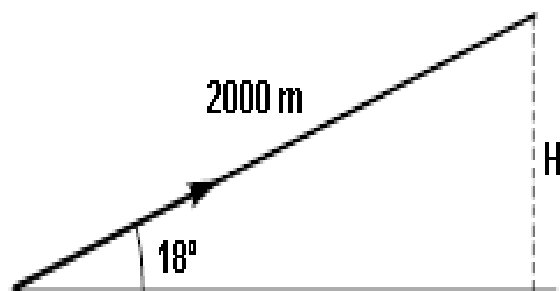
Vamos chamar de x , a medida do cateto oposto ao ângulo de 38° . Observe que a altura da torre será dada por: $h = x + 1,70$, pois devemos considerar a altura do observador. Como a distância entre o observador e a torre, no valor de $20,48\text{ m}$, se comporta como o cateto adjacente do ângulo de 38° . Portanto, podemos concluir que a razão trigonométrica a ser utilizada será a tangente. Sendo assim, temos que: $\operatorname{tg} 38^\circ = \frac{x}{20,48}$. Mas, foi informado que $\operatorname{tg} 38^\circ \cong 0,78$, logo:

$$0,78 = \frac{x}{20,48} \Rightarrow x = 0,78 \cdot 20,48 \Rightarrow x \cong 15,97.$$

Por fim, $h = 15,97 + 1,70 \Rightarrow h \cong 17,67$.

Resposta correta: item **B**.

2. (Saresp) Suponha que um avião decole sob um ângulo constante de 18° .



	sen	cos	tg
18°	0,31	0,95	0,32

Após percorrer 2.000 metros em linha reta, a altura H atingida pelo avião, em metros, é

- a) 1 900.
- b) 640.
- c) 620.
- d) 600.
- e) 1000.

Solução comentada:

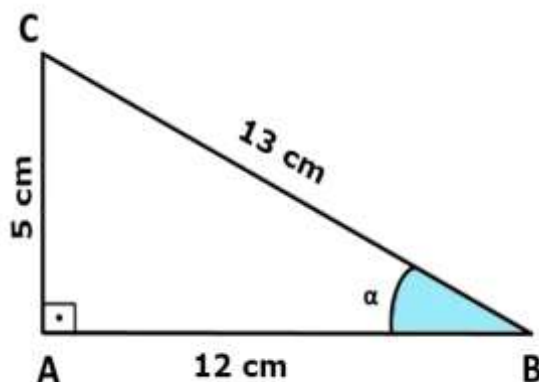
A altura H é o cateto oposto ao ângulo de 18° , assim como a distância percorrida pelo avião (2000 m) é a hipotenusa do triângulo retângulo da figura em questão. Então, a razão trigonométrica que relaciona essas duas medidas é o seno. Logo: $\text{sen}18^\circ = \frac{H}{2000}$. Temos que $\text{sen}18^\circ = 0,31$, daí:

$$0,31 = \frac{H}{2000} \Rightarrow H = 2000 \cdot 0,31 \Rightarrow H = 620$$

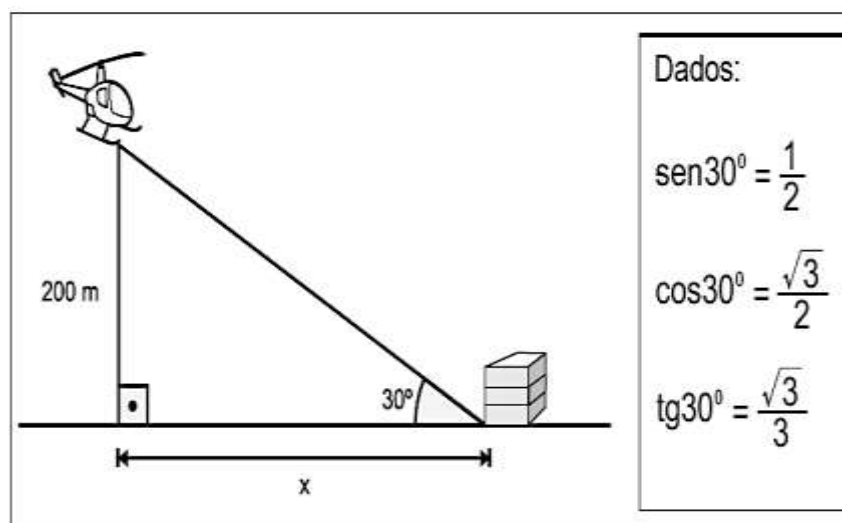
Resposta correta: item C.

Que tal praticar?

1. Encontre $\text{sen}\alpha$, $\text{cos}\alpha$ e $\text{tg}\alpha$ no triângulo a seguir:



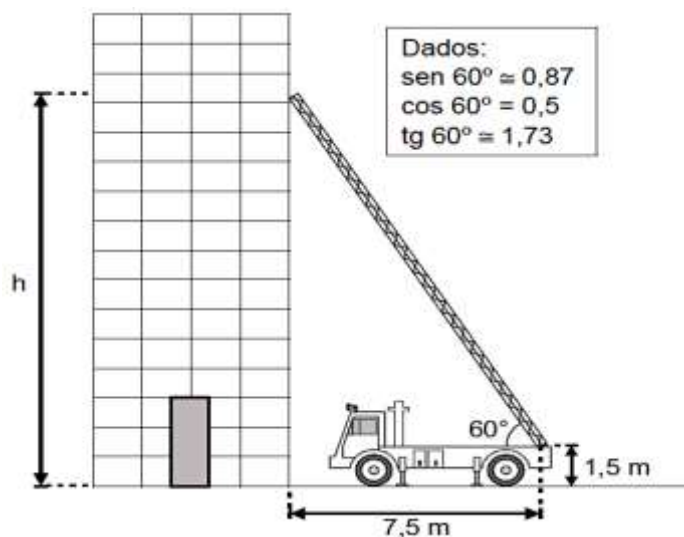
2. (SEAPE) Um pacote é lançado de um helicóptero em voo. Devido à ação do vento, esse pacote cai a uma distância horizontal x do helicóptero. No instante em que esse pacote atinge o solo, o helicóptero dista 200 metros do chão, conforme ilustra o desenho abaixo.



Quantos metros esse pacote foi deslocado horizontalmente em relação ao helicóptero devido à ação do vento?

- a) $200\sqrt{3}$ m
- b) 200 m
- c) $100\sqrt{3}$ m
- d) $\frac{200\sqrt{3}}{3}$ m
- e) 100 m

3. (SAEPB) O corpo de bombeiros de uma cidade possui um caminhão multifuncional e autossuficiente que possui uma escada de plataforma giratória para alcançar edifícios com alturas elevadas. Em um treinamento de novos integrantes dessa corporação, um caminhão desse tipo foi posicionado conforme representado na figura abaixo.

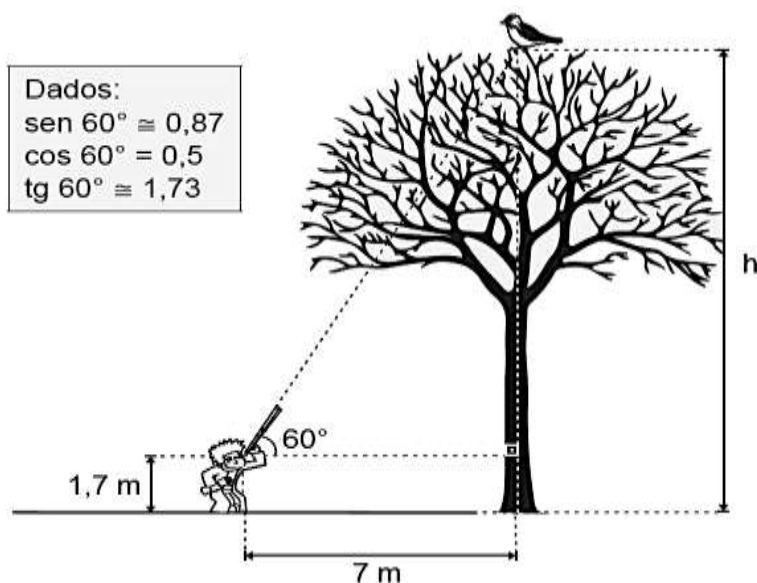


Nesse treinamento, qual a foi a altura h , aproximada, atingida por essa escada?

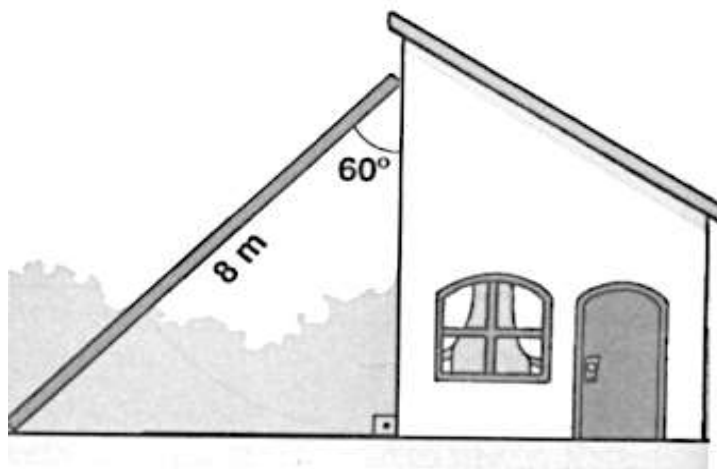
- a) 8,0 m
- b) 8,6 m
- c) 11,5 m
- d) 13,5 m
- e) 14,5 m

4. (SAEGO). Com um binóculo, um observador avista um pássaro no topo de uma árvore sob um ângulo de 60° , conforme representado na figura abaixo. Qual é a altura aproximada desse pássaro em relação ao solo, em metros?

- a) 13,81
- b) 12,11
- c) 10,41
- d) 7,79
- e) 6,09



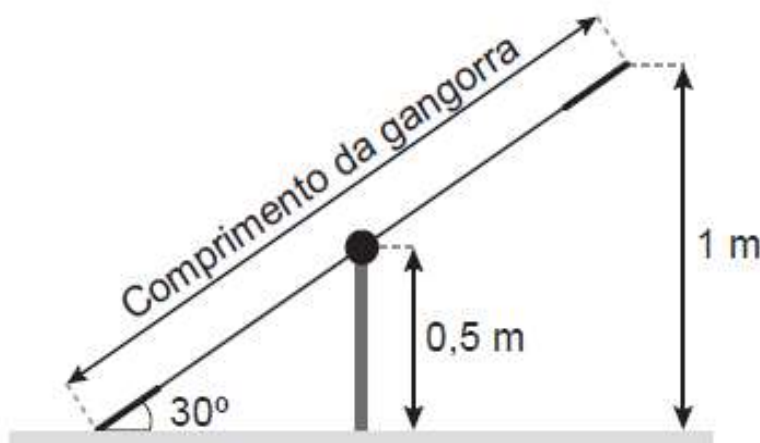
5. Para consertar um telhado, o pedreiro Pedro colocou uma escada de 8 metros de comprimento numa parede, formando com ela um ângulo de 60° .



A altura da parede que o pedreiro apoiou a escada é

- a) 5 m.
- b) $4\sqrt{3}$ m.
- c) 8 m.
- d) $8\sqrt{3}$ m.
- e) 4 m.

6. (ENCCEJA) Uma gangorra deve ser construída apoiando-a pelo ponto médio num suporte central de 0,5 metros de altura. Seus assentos, situados em suas extremidades, devem atingir no máximo 1 metro de altura e, ao tocar o solo, formar com este um ângulo de 30° , qualquer que seja o lado da gangorra a tocar o solo.



Para que os assentos não ultrapassem a altura máxima estabelecida, o comprimento da gangorra, em metro, deve ser

- a) 0,50.
- b) 1,00.
- c) 1,15.
- d) 2,00.

7. (ENCCEJA) Um garoto empina uma pipa mantendo sua mão a uma distância de um metro do solo plano. Suponha que a linha que prende a pipa permaneça retilínea, formando um ângulo de 30° com o solo. O comprimento da linha é de 150 metros, desde a mão do garoto até a extremidade amarrada à pipa. Qual é a altura, em metros, da extremidade da linha amarrada à pipa até o solo plano?

- a) 75
- b) 76
- c) 130
- d) 131

| Ampliando o saber

Aprofunde seus conhecimentos sobre esta aula acessando o link:

<https://www.youtube.com/watch?v=1ER5sgNEQyA>

AULA 7 Resolver problema utilizando as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e de volume

É importante saber...

- Realizar as operações de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão de números inteiros e decimais;
- Multiplicar e dividir por 10, 100, 1000;
- Reconhecer o sistema de numeração decimal;
- Conhecer as unidades de medida de comprimento;
- Ter conhecimentos básicos sobre os sólidos geométricos (vértices, arestas e faces).

Construindo o saber!

Desde tempos antigos, a humanidade tem se preocupado com a medição de quantidades de líquidos e volumes. As primeiras civilizações, como os egípcios e os babilônios, desenvolveram seus próprios sistemas de medição para agricultura, construção e comércio. Eles usavam recipientes padronizados de barro e pedra para medir quantidades de líquidos como água, óleo e vinho. Essas práticas foram fundamentais para o desenvolvimento das sociedades, permitindo uma troca justa de mercadorias e o planejamento de atividades agrícolas.

Um marco na história das unidades de medida foi a Revolução Francesa. Em 1795, a França adotou o sistema métrico decimal, que trouxe uma padronização e simplicidade sem precedentes. O litro, como unidade de capacidade, e o metro cúbico, como unidade de volume, tornaram-se referências globais, facilitando o comércio e a ciência.

Compreender as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e volume é essencial não apenas para a matemática, mas para diversas áreas do conhecimento e atividades do dia a dia. Esse conhecimento é a base para resolver problemas práticos, desde a culinária até a construção civil. Saber converter entre mililitros e litros, ou entre centímetros cúbicos e metros cúbicos, permite uma melhor gestão de recursos e uma compreensão mais profunda dos fenômenos ao nosso redor.

1. Unidade de medida de comprimento

Antes de estudar sobre as unidades de medida de volume e capacidade, se faz necessário uma revisão sobre as unidades de medida de comprimento.

No Sistema Métrico Decimal, a unidade fundamental de medida de comprimento é o metro, cujo símbolo é *m*. O metro é adequado para expressar, por exemplo, a largura de uma rua, o comprimento de uma sala, a altura de um edifício, entre outras dimensões. Além do metro, existem outras unidades de medida de comprimento, como o milímetro (*mm*), centímetro (*cm*), e o quilômetro (*km*), que são usadas para medir distâncias menores ou maiores com precisão.

As outras unidades são chamadas de múltiplos e submúltiplos do metro, elas são baseados em potências de 10, o que facilita a conversão entre as diferentes unidades.

Os múltiplos do metro são usados para medir distâncias maiores e são definidos da seguinte maneira:

- **Decâmetro (dam):** 1 decâmetro = 10 metros
- **Hectômetro (hm):** 1 hectômetro = 100 metros
- **Quilômetro (km):** 1 quilômetro = 1.000 metros

Essas unidades são úteis para medir distâncias como a extensão de uma estrada, a largura de uma cidade ou a altura de montanhas.

Os submúltiplos do metro são usados para medir distâncias menores e são definidos da seguinte maneira:

- **Decímetro (dm):** 1 decímetro = 0,1 metro (ou 10 decímetros = 1 metro)
- **Centímetro (cm):** 1 centímetro = 0,01 metro (ou 100 centímetros = 1 metro)
- **Milímetro (mm):** 1 milímetro = 0,001 metro (ou 1.000 milímetros = 1 metro)

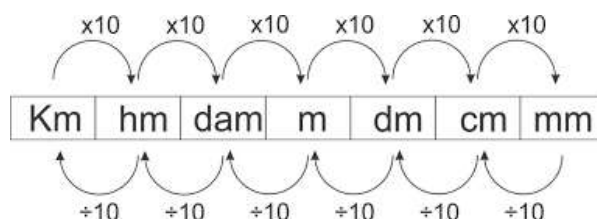
Essas unidades são úteis para medir pequenas distâncias, como o comprimento de um lápis, a espessura de um livro ou a largura de uma moeda.

As unidades padronizadas de medida de comprimento, então, podem ser organizadas da seguinte forma:

Múltiplos do metro			Unidade Fundamental	Submúltiplos do metro		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

1.1. Conversão de medidas de comprimento

Como o sistema é decimal, ou seja, as unidades são formadas de 10 em 10, então a conversão se baseia nas multiplicações e divisões por 10. Veja:



Como, da esquerda para a direita, cada unidade de medida equivale a 10 vezes a unidade de medida seguinte, para converter 7 km em metros, por exemplo, temos que multiplicar 7 por $10 \cdot 10 \cdot 10$ (1000) $\Rightarrow 7 \text{ km} = (7 \cdot 1000) \text{ m} = 7000 \text{ m}$.

Uma das grandes vantagens desse sistema é a facilidade com que se pode converter entre múltiplos e submúltiplos do metro. Basta mover a vírgula decimal para a direita ou para a esquerda, dependendo da direção da conversão. Veja os exemplos:

- Para converter centímetros para quilômetros, mova a vírgula cinco casas decimais para a esquerda.

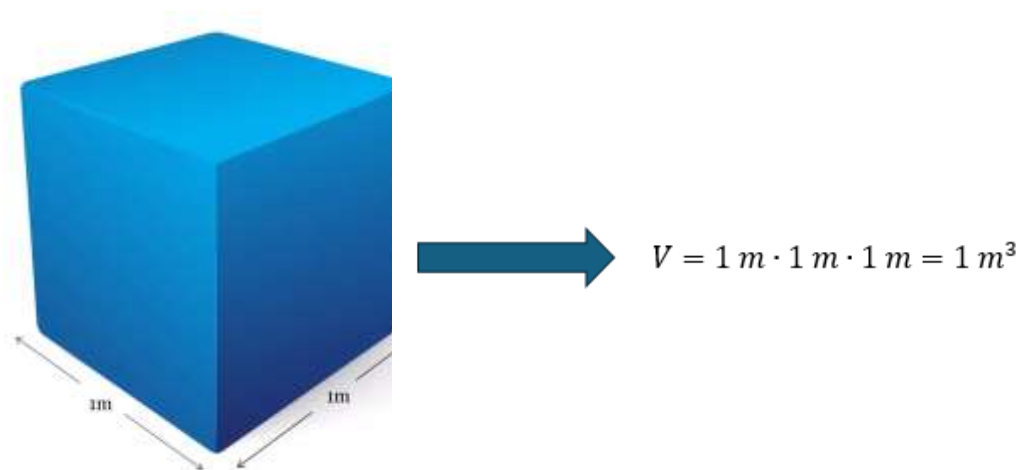
$$5300 \text{ cm} = 0,053 \text{ quilômetros} \quad (5300 \text{ cm} = 0,053 \text{ km}).$$

- II. Para converter metros para milímetros, mova a vírgula três casas decimais para a direita.

$$3,5 \text{ metros} = 3500 \text{ milímetros} (3,5 \text{ m} = 350 \text{ mm}).$$

2. Unidade de medida de volume

Volume é a quantidade de espaço que um objeto ocupa em três dimensões. No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade fundamental de medida de volume é o metro cúbico (m^3). O metro cúbico corresponde ao volume de um cubo com 1 metro de aresta.



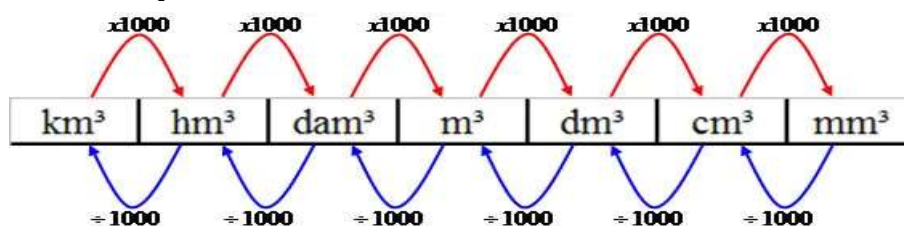
Assim como as unidades de comprimento, as unidades de volume também têm múltiplos e submúltiplos, que facilitam a medição de volumes muito grandes ou muito pequenos. Veja no quadro a seguir:

Múltiplos do metro cúbico			Unidade Fundamental	Submúltiplos do metro cúbico		
Quilômetro cúbico	Hectômetro cúbico	Decâmetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
$(1000 \text{ m})^3$	$(100 \text{ m})^3$	$(10 \text{ m})^3$	$(1 \text{ m})^3$	$(0,1 \text{ m})^3$	$(0,01 \text{ m})^3$	$(0,001 \text{ m})^3$
1 000 000 000 m^3	1 000 000 m^3	1 000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3

2.1. Conversão de medidas de volume

As conversões entre diferentes unidades de volume seguem o mesmo princípio das conversões de comprimento, baseando-se em potências de 10. Porém, cada conversão é realizada por multiplicação ou divisão por 10^3 , ou seja, por 1000.

Observe o esquema da tabela:



Como, da esquerda para a direita, cada unidade de medida equivale a 1000 vezes a unidade de medida seguinte, para converter $8,5 \text{ km}^3$ em metros cúbicos, por exemplo, temos que multiplicar 8,5 por $1\ 000 \cdot 1\ 000 \cdot 1\ 000$ ($1\ 000\ 000\ 000$):

$$8,5 \text{ km}^3 = (8,5 \cdot 1\ 000\ 000\ 000) \text{ m}^3 = 8\ 500\ 000\ 000 \text{ m}^3$$

Assim como nas conversões envolvendo unidades de medida de comprimento, existe uma maneira mais prática de realizar as conversões entre as unidades de medida de volume. É suficiente deslocar a vírgula decimal para a direita ou para a esquerda, conforme a direção da conversão. Mas perceba que, a cada deslocamento de unidade, a vírgula se deslocará três casas, pois cada unidade de medida equivale a 1000 vezes a seguinte. Veja os exemplos:

- I. De metros cúbicos para decímetros cúbicos: o deslocamento é de uma unidade para a direita, então a vírgula se desloca três ($3 \cdot 1$) casas para direita.

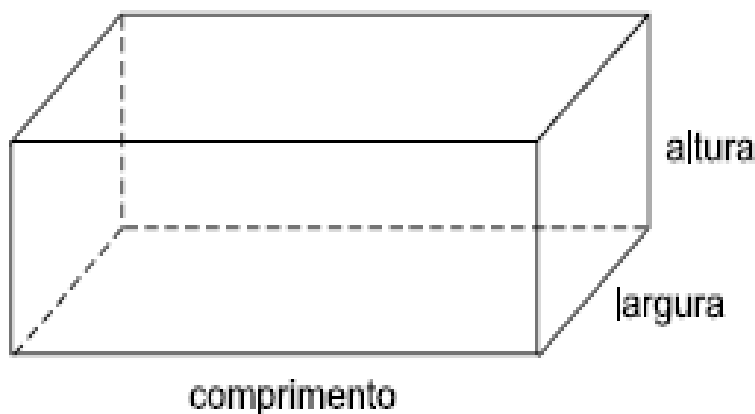
$$2,5 \text{ m}^3 = 2\ 500 \text{ dm}^3$$

- II. De centímetros cúbicos para metros cúbicos: o deslocamento é de duas unidades para a esquerda, então a vírgula se desloca seis ($3 \cdot 2$) casas para esquerda.

$$4\ 750 \text{ cm}^3 = 0,004750 \text{ dm}^3 = 0,00475 \text{ dm}^3$$

2.2. Volume do bloco retangular

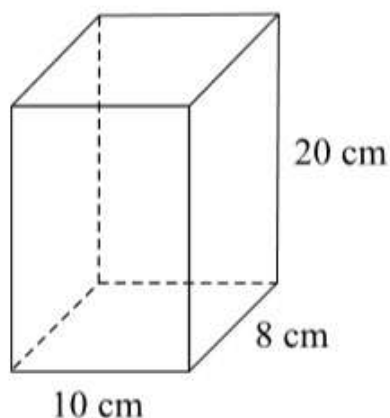
Calcular o volume de um bloco retangular é uma habilidade fundamental na matemática, especialmente em geometria. Um bloco retangular, também conhecido como paralelepípedo retângulo, é um prisma de base retangular, com seis faces retangulares. Para encontrar o volume de um bloco retangular, precisamos conhecer suas três dimensões: comprimento (C), largura (L) e altura (H).



A fórmula para calcular o volume de um bloco retangular é dada por:

$$V = C \cdot L \cdot H$$

Exemplo: Uma lata de tinta possui formato de um paralelepípedo com as seguintes medidas. Qual o volume de tinta, em dm^3 , que essa lata comporta?

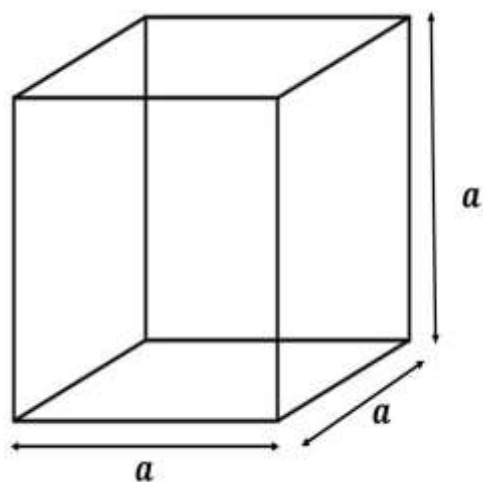


$$V = C \cdot L \cdot H \Rightarrow V = 10 \cdot 8 \cdot 20$$

$$V = 1\,600 \text{ cm}^3 \Rightarrow V = 1,6 \text{ dm}^3$$

2.2. Volume do cubo

Você deve se recordar que um cubo é um paralelepípedo, mas com seis faces quadradas de igual tamanho. A fórmula para encontrar o volume de um cubo é simples e direta, pois todas as suas arestas têm a mesma medida.

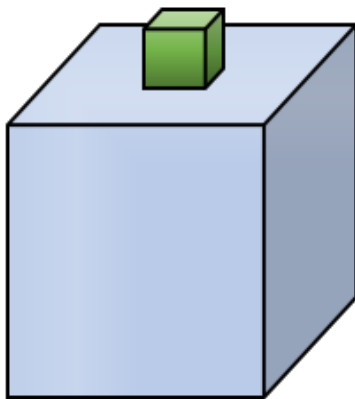


$$V = a \cdot a \cdot a \Rightarrow V = a^3$$

O volume de um cubo é igual à medida de sua aresta elevada ao cubo.

Exemplo: Uma peça de uma certa estrutura metálica é composta por dois cubos: um menor de aresta 2 cm e um cubo maior de aresta 8 cm, conforme mostra a figura. Qual volume, em cm^3 , dessa peça?

Vamos chamar de v o volume do cubo menor, V será o volume do cubo maior e P será o volume total da peça. Então, temos:



$$v = 2^3 = 8 \text{ cm}^3 \quad V = 8^3 = 512 \text{ cm}^3$$

$$P = v + V = 8 + 512 = 520 \text{ cm}^3$$

3. Unidade de medida de capacidade

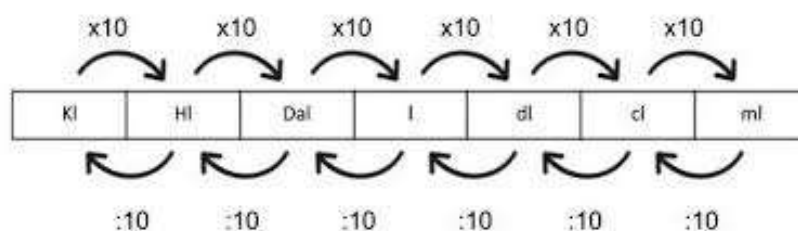
As unidades de medida de capacidade são utilizadas para quantificar o volume de líquidos que um recipiente pode conter. No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade fundamental de capacidade é o litro (ℓ), mas também existem múltiplos e submúltiplos que facilitam a medição de diferentes volumes. Veja:

Múltiplos do litro			Unidade Fundamental	Submúltiplos do litro		
Quilolitro	Hectolitro	Decalitro	Metro	Decilitro	Centilitro	Mililitro
kℓ	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ
1000 ℓ	100 ℓ	10 ℓ	1 ℓ	0,1 ℓ	0,01 ℓ	0,001 ℓ

O litro é a unidade padrão de capacidade e é amplamente utilizado no dia a dia para medir volumes de líquidos, como água, leite, bebidas e produtos químicos. Além do litro, o mililitro (mℓ), também é amplamente utilizado, principalmente para expressar pequenos volumes.

3.1 Conversão de medidas de comprimento

Assim como as transformações entre unidades de comprimento e volume, as conversões entre unidades de capacidade no Sistema Métrico Decimal são simples, baseando-se em potências de 10.



Portanto, aqui também podemos utilizar a regra prática utilizada para as transformações com o metro. Veja os exemplos:

- I. De litros para mililitros: a vírgula desloca-se três casas para a direita.

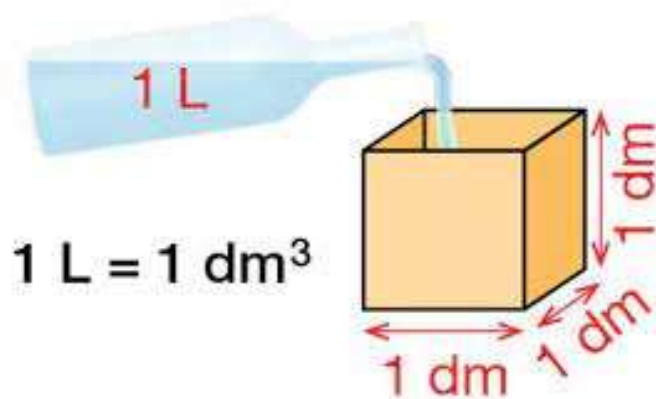
$$7,9 \ell = 7\,900 \text{ mL}$$

- II. De litros para hectolitros: a vírgula desloca-se duas casas para a esquerda.

$$96 \ell = 0,96 \text{ hL}$$

3.2 Relação entre o decímetro cúbico e o litro

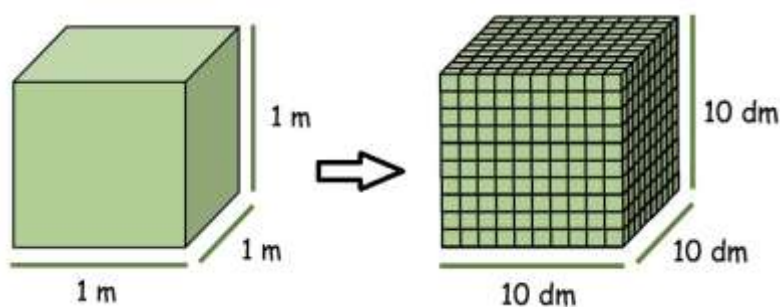
Uma relação importante e amplamente utilizada nas medições de volume e capacidade é a equivalência entre o decímetro cúbico (dm^3) e o litro (ℓ). Essa relação é fundamental para diversas aplicações práticas e facilita a compreensão e a conversão entre unidades de volume e capacidade.



No Sistema Internacional de Unidades (SI), o litro é definido exatamente como sendo igual a 1 decímetro cúbico:

Graças à simplicidade dessa relação, é fácil realizar conversões rápidas entre decímetros cúbicos e litros sem a necessidade de cálculos complexos. Isso facilita a comunicação e a precisão nas medições em diferentes contextos.

Por consequência, temos que 1 metro cúbico é o equivalente a 1.000 litros. Para entender melhor, basta olhar para o cubo de aresta 1 metro e ver esse mesmo cubo com aresta 10 dm.



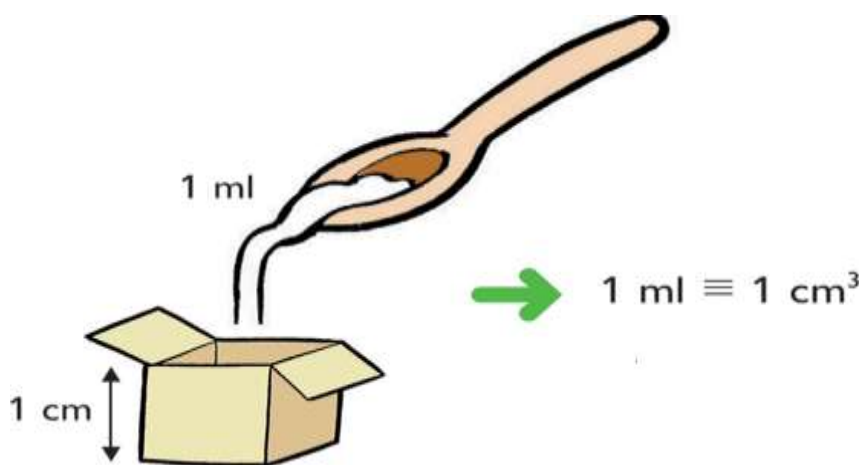
Os cubos são iguais, pois $1\text{ m} = 1\text{ dm}$. Então, seus volumes serão iguais:

$$V = 1\text{ m} \cdot 1\text{ m} \cdot 1\text{ m} = 1\text{ m}^3$$

$$V = 10\text{ dm} \cdot 10\text{ dm} \cdot 10\text{ dm} = 1\,000\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ l}$$

Portanto, $1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ l}$.

Analogamente, podemos também concluir, que 1 centímetro cúbico equivale a 1 mililitro.



Em resumo, podemos utilizar em diferentes contextos, as seguintes transformações:

$1\text{ dm}^3 = 1\text{ l}$
$1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ l}$
$1\text{ cm}^3 = 1\text{ ml}$

Agora vamos exercitar!

Um depósito de um líquido danificou e ocorreu um vazamento de cerca de 100 litros por hora. Quantos metros cúbicos de líquido foram desperdiçados em um dia?

- a) 2400 m³
- b) 2,4 m³
- c) 1 m³
- d) 24 m²

Solução comentada:

Se a cada uma hora vaza 100 ℓ, então em um dia (24 horas), teremos um vazamento de:

$$24 \cdot 100 = 2400 \ell$$

Como $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \ell$, então:

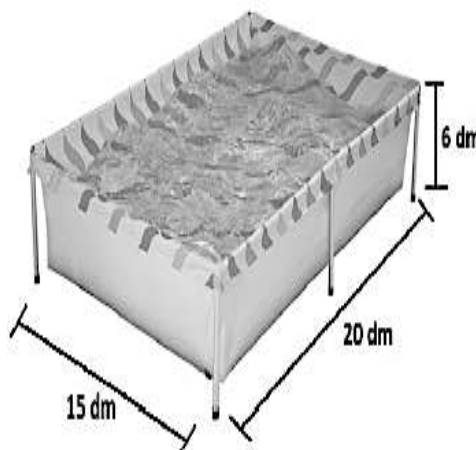
$$2.400 \ell \div 1.000 = 2,4 \text{ m}^3$$

Resposta correta: item **B**.

Viviane comprou uma piscina com as dimensões mencionadas na figura a seguir.

Qual a capacidade máxima em litros da piscina de Viviane?

- a) 18 ℓ
- b) 1800 ℓ
- c) 41 ℓ
- d) 4100 ℓ



Solução comentada:

O volume de um paralelepípedo é dado por: $V = C \cdot L \cdot H$, então:

$$V = 15 \cdot 20 \cdot 6 \Rightarrow V = 1800 \text{ dm}^3$$

Como $1 \text{ dm}^3 = 1 \ell$, então: ℓ

Resposta correta: item **B**.

Que tal praticar?

1. Realize as transformações a seguir:

- a) 12 m em km
- b) 29,7 cm em mm
- c) 85 m^3 em cm^3
- d) $32,75 \text{ cm}^3$ em mL
- e) $6,74 \text{ m}^3$ em ℓ
- f) $0,855 \ell$ em mL

2. (Prova Brasil) Uma torneira desperdiça 125 mL de água durante 1 hora. Quantos litros de água desperdiçará em 24 horas?

- a) 1,5 ℓ
- b) 3,0 ℓ
- c) 15,0 ℓ
- d) 30,0 ℓ

3. (SPAECE) Uma empresa de transporte de combustível dispõe de três tipos de caminhões com diferentes capacidades para transportar seu produto. Na primeira semana do mês, o caminhão com capacidade de 9 m^3 fez 10 viagens com sua capacidade máxima; o caminhão com capacidade de 15 m^3 fez 5 viagens com sua capacidade máxima, e o caminhão com capacidade de 21 m^3 fez 3 viagens com capacidade máxima. Quantos litros de combustível foram transportados nesta semana pelos três caminhões?

- a) 228.000
- b) 45.000
- c) 2.280
- d) 450

4. (SAERS) Na casa de João há uma piscina com capacidade para $25,5 \text{ m}^3$ de água. A capacidade de água, em litros, dessa piscina é

- a) 255.
- b) 2.550.
- c) 25.500.
- d) 255.000.

5. (ENCCEJA) Tonel é um recipiente utilizado para armazenar líquidos. Uma vinícola utiliza tonéis com capacidade de 1.000 litros cada um, para armazenar sua produção de 50 m^3 de vinho. Quantos tonéis serão necessários para armazenar toda a produção dessa vinícola?

- a) 50
- b) 20
- c) 5
- d) 2

6. (ENCCEJA) Uma criança está aprendendo a utilizar a régua e resolveu medir o comprimento de uma caneta, posicionando uma régua, graduada em centímetro, como ilustra a figura.



A medida do comprimento dessa caneta, em centímetro, é

- a) 11,0.
- b) 11,4.
- c) 11,6.
- d) 12,0.

7. O tanque de combustível de um veículo (reservatório) tem 80 cm de comprimento, 35 cm de largura e 20 cm de altura. Supondo que o reservatório estava cheio, após uma viagem foi gasto $\frac{3}{4}$ de sua capacidade. Quantos litros restaram no reservatório?

- a) 14
- b) 16
- c) 18
- d) 20
- e) 22

| Ampliando o saber

Veja esse vídeo fantástico sobre o surgimento das unidades de medida:

[A revolução das medidas | Nerdologia](#)

AULA 8 Calcular o perímetro de figuras planas numa situação problema

É importante saber...

- Identificar e nomear figuras planas comuns, como triângulos, quadrados, retângulos, círculos, paralelogramos, trapézios e polígonos em geral, assim como suas classificações e propriedades;
- Conhecer as unidades de medida de comprimento;
- Saber realizar as quatro operações básicas;
- Compreender o que são segmentos de reta;
- Saber como usar uma régua ou outro instrumento de medição para determinar o comprimento dos lados das figuras.

Construindo o saber!

Calcular o perímetro de figuras planas é uma habilidade matemática fundamental que usamos em diversas situações do nosso cotidiano. Esse conhecimento pode ser aplicado diretamente em diversas atividades do dia a dia e em muitas profissões.

Mas, afinal, o que é o perímetro? O perímetro é a medida do contorno de uma figura plana. Imagine que você quer cercar um jardim, medir a borda de um terreno ou até mesmo costurar uma borda em uma peça de roupa. Em todas essas situações, você está lidando com o conceito de perímetro.

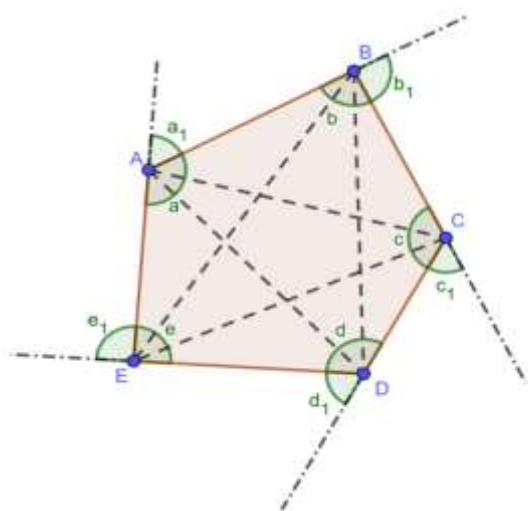
1. Perímetro de um polígono

Antes de falar sobre perímetro de polígonos, vamos relembrar diversos conceitos importantes, que irão alicerçar o conhecimento a ser construído.

1.1 Polígonos

Um polígono é uma figura geométrica plana formada por uma sequência de segmentos de reta consecutivos que fecham um caminho em um plano. Esses segmentos

de reta são chamados de lados do polígono, e os pontos onde dois lados se encontram são chamados de vértices. Vamos usar o pentágono como exemplo:



Elementos de um polígono:

- Vértices: A, B, C, D, E ;
- Lados: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}$;
- Ângulos internos: a, b, c, d, e ;
- Ângulos externos: a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 ;
- Diagonais: $\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CE}$;

Os polígonos podem ser classificados de diversas maneiras, dependendo de suas características.

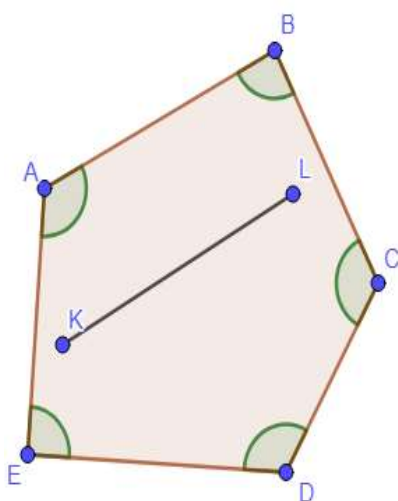
→ **Quanto ao número de lados:**

Cada polígono recebe um nome de acordo com a quantidade de lados. Veja a tabela abaixo:

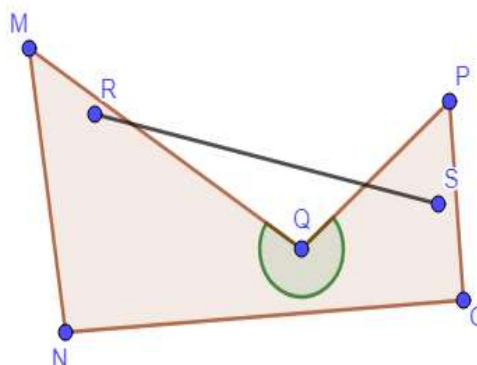
Número de lados	Nome do polígono
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

→ **Quanto à convexidade:**

São classificados em convexos e não convexos (côncavos). Um polígono é convexo, quando todos os ângulos internos são menores que 180° , e nenhuma linha que liga dois pontos dentro do polígono sai de dentro dele.



Polígono Convexo



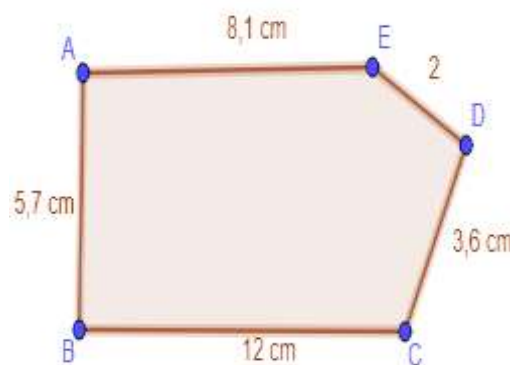
Polígono não convexo

1.2 Perímetro

Ao somar as medidas de todos os lados de um polígono, estamos determinando seu **perímetro**. Ele é representado por $2p$, pois somente p representa o semiperímetro. Veja alguns exemplos:

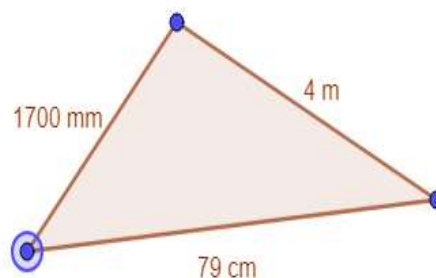
I. Calcule o perímetro do polígono ABCDE.

$$\begin{aligned}2p &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA} \\2p &= 5,7 + 12 + 3,6 + 2 + 8,1 \\2p &= 31,4 \text{ cm}\end{aligned}$$



II. Determine o perímetro do triângulo, em metros.

$$\begin{aligned}2p &= 1700 \text{ mm} + 4 \text{ m} + 79 \text{ cm} \\2p &= 1,7 \text{ m} + 4 \text{ m} + 0,79 \text{ m} \\2p &= 6,49 \text{ m}\end{aligned}$$

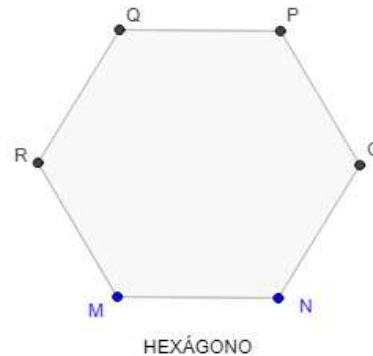
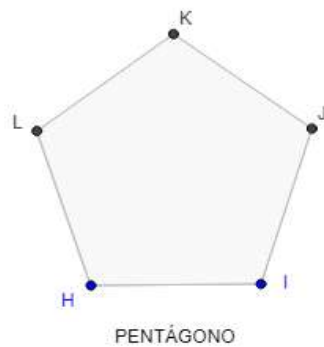
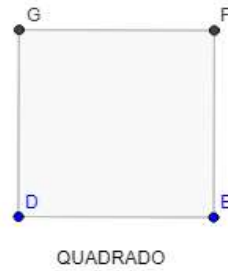
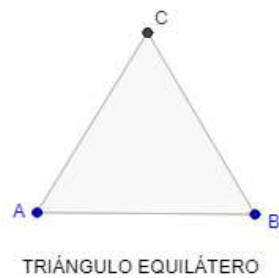


1.3 Polígono Regular

Um polígono regular é uma figura geométrica plana que possui todos os lados e todos os ângulos internos iguais. Isso significa que, em um polígono regular, os segmentos de reta que formam seus lados têm o mesmo comprimento e os ângulos entre esses lados têm a mesma medida.

Alguns exemplos comuns de polígonos regulares:

- Triângulo equilátero: um triângulo com três lados iguais e três ângulos iguais de 60 graus.
- Quadrado: um quadrilátero com quatro lados iguais e quatro ângulos retos de 90 graus.
- Pentágono regular: um polígono com cinco lados iguais e cinco ângulos iguais.
- Hexágono regular: um polígono com seis lados iguais e seis ângulos iguais.



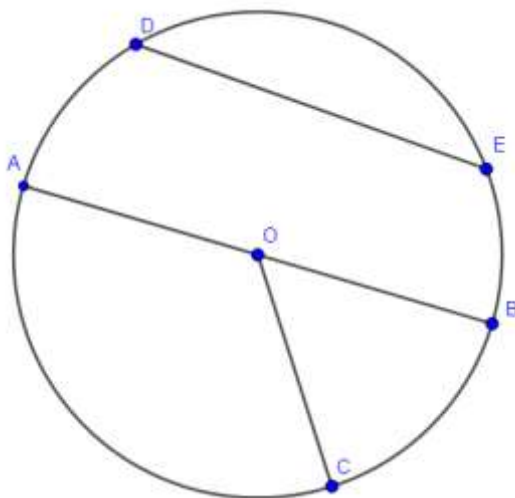
A característica principal de um polígono regular é essa uniformidade tanto nos lados quanto nos ângulos, o que os torna figuras simétricas e equilibradas.

2. Perímetro de uma circunferência

Antes de calcular o perímetro de uma circunferência, é importante entender o que é uma circunferência e seus elementos.

2.1 Conceito de circunferência

A circunferência é uma linha curva fechada em que todos os pontos estão a uma distância constante de um ponto fixo chamado centro. Essa distância constante é chamada de raio (r) da circunferência.



Elementos da circunferência:

- Centro: Ponto O;
- Corda: qualquer segmento de reta que ligue dois pontos da circunferência $\rightarrow \overline{AB}$ e $\overline{DE}$;
- Raio: distância do centro até a borda da circunferência $\rightarrow \overline{OC}$, $\overline{AO}$ e $\overline{OB}$;
- Diâmetro: corda que passa pelo centro $\rightarrow \overline{AC}$;

Note que, $\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB}$, ou seja, $\overline{AB} = r + r$, daí: $d = 2r$, onde d é a medida do diâmetro e r é a medida do raio da circunferência.

2.2 Entendendo o perímetro da circunferência

Suponha que o aro de uma roda de bicicleta possua um raio de comprimento (r). Imagine que é possível adaptar, perfeitamente, um barbante ao redor desse aro. Ao cortar e esticar esse barbante, obteremos o comprimento da circunferência desse aro.



➤ Aro da rodinha de bicicleta.



➤ Comprimento C da circunferência do aro.

2.3 Comprimento da circunferência

Lembra-se do número π ? Ele é uma constante matemática que representa a razão entre o comprimento de qualquer circunferência e seu diâmetro. Não importa o tamanho da circunferência, essa razão será sempre a mesma, aproximadamente igual a 3,14. A fórmula pode ser expressa como: $\pi = \frac{C}{d}$. É a partir dela que chegamos à conclusão que:

$$C = \pi \cdot d.$$

Como $d = 2r$, então podemos escrever também em função do raio r :

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Agora vamos exercitar!

Alexandre quer cercar seu terreno retangular com 4 linhas de arame farpado. Sabendo que o terreno de Alexandre tem 15m de largura e 32m de comprimento, quanto ele vai gastar de arame farpado?

- a) 980m
- b) 940m
- c) 480m
- d) 476m
- e) 376m

Solução comentada:

Primeiramente calculamos o perímetro do terreno. Como se trata de um terreno retangular, seus lados opostos são iguais. Então, $2p = 15 + 15 + 32 + 32 = 94 \text{ m}$. Já que serão 4 voltas de arame, serão necessários $4 \cdot 94 = 376 \text{ m}$ de cerca.

Resposta correta: item E.

(SPAECE) Em um jardim, um canteiro tem formato circular e 10 metros de diâmetro. Qual é a medida aproximada, em metros, do perímetro desse canteiro? Considere $\pi = 3,14$.

- a) 31,4
- b) 62,8
- c) 100
- d) 314
- e) 628

Solução comentada:

Sabemos que o comprimento da circunferência também pode ser calculado pela fórmula: $C = d \cdot \pi \Rightarrow C = 10 \cdot 3,14 \Rightarrow C = 31,4 \text{ m}$

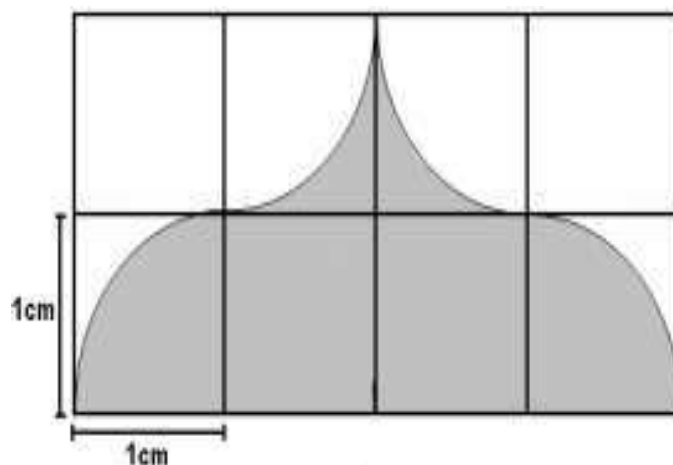
Resposta correta: item A.

Que tal praticar?

1. O dono de uma fábrica irá instalar cerca elétrica no estacionamento que tem forma retangular de dimensões 100 m por 140 m. Também, por motivo de segurança, pretende, a cada 40 metros, instalar uma câmera. Sendo assim, ele utilizará de cerca elétrica, em metros, e de câmeras, respectivamente,

- a) 480 e 12
- b) 380 e 25
- c) 420 e 53
- d) 395 e 30
- e) 240 e 40

2. Um jardineiro fez um cercado para plantar flores no formato da parte sombreada da figura abaixo. Em seguida, ele resolveu cercá-lo de tela.



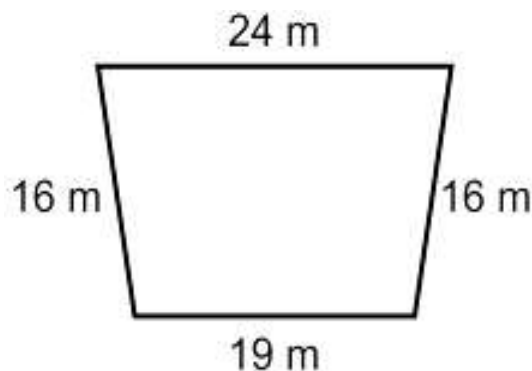
A quantidade de tela necessária para o jardineiro circundar a figura demarcada é

- a) 6 cm
- b) $(2\pi + 4)$ cm
- c) 6 cm
- d) 4π cm
- e) $(\pi + 4)$ cm

3. (PROEB) O perímetro de um hexágono regular de lado 5 cm é

- a) $5\sqrt{3}$ cm
- b) $25\sqrt{3}$ cm
- c) 10 cm.
- d) 15 cm.
- e) 30 cm.

4. (SAEPE) Um terreno plano tem a forma de um trapézio, cujos lados paralelos medem 19 m e 24 m e os lados não paralelos medem, ambos, 16 m.

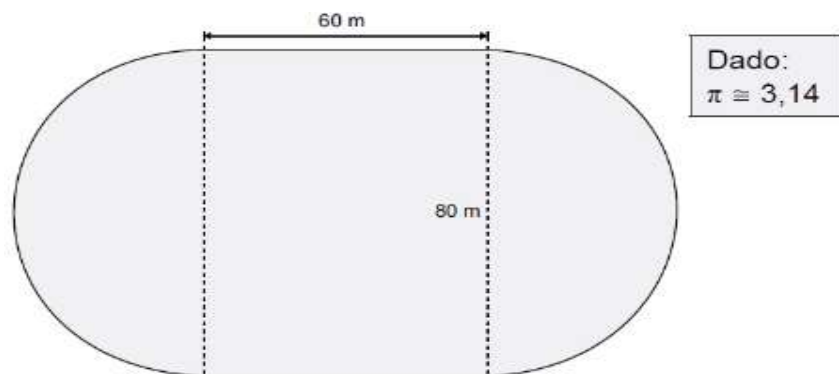


O proprietário deseja cercar o terreno com uma cerca formada por quatro fios paralelos. Ele apurou que o metro do fio a ser utilizado custa R\$ 0,50. Quanto o proprietário deverá pagar pela quantidade de fio a ser usado?

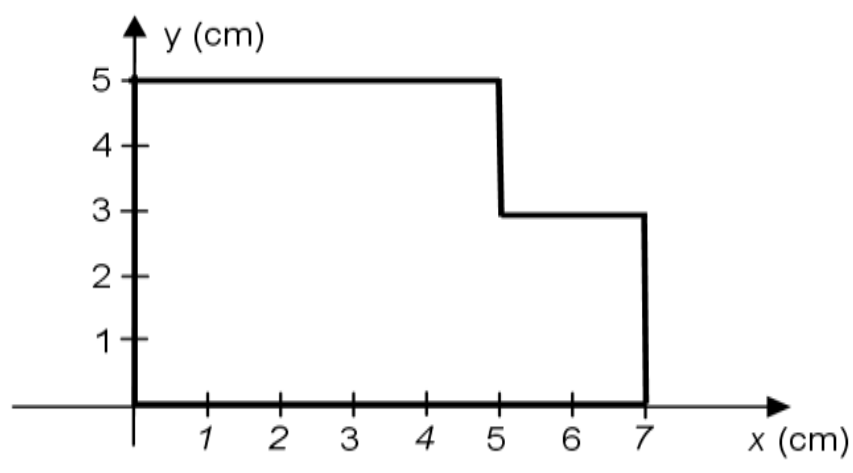
- a) R\$ 118,00
- b) R\$ 150,00
- c) R\$ 172,00
- d) R\$ 236,00
- e) R\$ 300,00

5. (SAEPE) Em um shopping foi inaugurada uma pista de corrida cujo formato é a justaposição de duas semicircunferências e um retângulo com as medidas indicadas no desenho abaixo. Para proteção, existe uma mureta em todo o contorno dessa pista. Qual é a extensão dessa mureta de proteção?

- a) 251,20 m
- b) 371,20 m
- c) 622,40 m
- d) 4 800 m
- e) 5 144 m



6. (ENCCEJA)



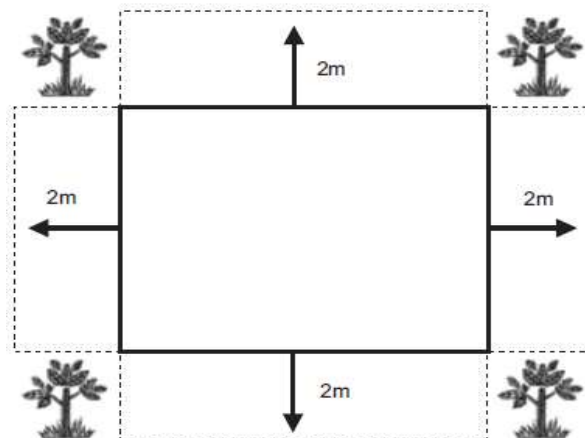
A figura acima representa, no plano cartesiano, o mapa de uma região feito por um agrimensor, desenhado na escala 1:1000. Qual é o perímetro, em metros, dessa região?

- a) 350 m.
- b) 310 m.
- c) 240 m.
- d) 200 m.

7. Uma praça quadrada, que possui o perímetro de 24 metros, tem uma árvore próxima de cada vértice e fora dela. Deseja-se aumentar a área da praça, alterando-se sua forma e mantendo as árvores externas a ela, conforme ilustra a figura.

O novo perímetro da praça é:

- a) 24 metros
- b) 32 metros
- c) 36 metros
- d) 40 metros
- e) 64 metros



Ampliando o saber

Amplie um pouco mais seus conhecimentos sobre nomenclatura de polígonos quanto ao número de lados:

<https://www.sofazquemsabe.com/2014/10/nomeando-poligonos-classificacao-quanto-ao-numero-de-lados.html>

Aprenda mais sobre a circunferência e o seu comprimento, assistindo ao vídeo:
[Cículo, circunferência e número pi - Recopilação](#)

AULA 9 Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas aos gráficos que as representam, e vice-versa.

É importante saber...

- Entender números e operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão);
- Estudar conceitos de frações, porcentagens e proporções;
- Desenvolver a capacidade de ler e interpretar dados apresentados em diferentes formatos, como listas e tabelas. Compreender termos básicos como “coluna”, “linha”, “total”, “média” etc.

Construindo o saber!

Tabelas e gráficos são ferramentas amplamente utilizadas em diversas áreas de nossas vidas, desde os meios de comunicação, como telejornais e jornais impressos, mídias sociais, até materiais de divulgação como panfletos e apresentações científicas. A habilidade de ler e interpretar dados apresentados em tabelas e gráficos é fundamental, não apenas para entender informações cotidianas, mas também para o desenvolvimento acadêmico e profissional dos alunos.



Compreender gráficos e tabelas é essencial em diversas disciplinas científicas. Na física, gráficos de movimento, como os de posição-tempo e velocidade-tempo, são cruciais para entender conceitos de cinemática. Em química, tabelas periódicas e gráficos de reações ajudam a visualizar e interpretar a composição e comportamento das substâncias. Na biologia, gráficos de crescimento populacional, tabelas de classificação de espécies e representações de ciclos biogeoquímicos são indispensáveis para o estudo dos seres vivos e seus ecossistemas.

Além disso, a habilidade de interpretar dados é extremamente valiosa em redações, especialmente aquelas que envolvem temas científicos ou sociais. Um texto motivador, frequentemente, apresenta dados estatísticos e informações visuais para embasar argumentos e persuadir o leitor. Saber analisar e utilizar essas informações de maneira eficaz permite que os alunos construam argumentos sólidos e fundamentados.

Portanto, desenvolver a competência de ler e interpretar tabelas e gráficos não apenas enriquece o seu conhecimento matemático, mas também aprimora suas habilidades em outras ciências e na construção de textos.

1. Introdução à estatística

Os gráficos e as tabelas são ferramentas estatísticas extremamente valiosas para resumir e apresentar os resultados de uma pesquisa. As tabelas têm a função de organizar as informações de maneira clara e acessível para o leitor, facilitando a compreensão dos dados. Por outro lado, os gráficos, além de simplificarem a visualização dos resultados, permitem uma análise mais aprofundada sobre a evolução das variáveis ou suas relações. Existem diversos tipos de gráficos, e a escolha do mais adequado depende de vários fatores, incluindo os objetivos do pesquisador e as características específicas das informações a serem apresentadas.

1.1 O que é Estatística?

A estatística é a ciência que se dedica à coleta, organização, análise, interpretação e apresentação de dados. Esses dados são informações que podem ser numéricas (quantitativas) ou categóricas (qualitativas). A estatística é amplamente utilizada em diversas áreas, como economia, medicina, engenharia, ciências sociais e naturais, para ajudar na tomada de decisões baseadas em evidências concretas.

A estatística desempenha um papel crucial no nosso dia a dia. Desde as pesquisas de opinião que vemos na televisão até os estudos de mercado realizados pelas empresas para entender as preferências dos consumidores, a estatística está presente em vários aspectos de nossas vidas. Com a habilidade de coletar e analisar dados, podemos transformar informações brutas em conhecimento útil, facilitando a compreensão e a resolução de problemas.

1.2 Coleta e Organização de Dados

Os dados podem ser coletados de várias fontes, que podem ser classificadas em:

- **Dados Primários:** São dados coletados diretamente pelo pesquisador através de métodos como entrevistas, questionários, observações e experimentos. Por exemplo, realizar uma pesquisa de campo para obter informações sobre os hábitos de consumo de uma população.
- **Dados Secundários:** São dados que já foram coletados e estão disponíveis em fontes como livros, artigos científicos, bancos de dados e a internet. Por exemplo, usar dados do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) para analisar a demografia de uma região.

Existem vários métodos para coletar dados, cada um adequado para diferentes tipos de pesquisa:

- **Entrevistas:** Conversas diretas com os participantes para obter informações detalhadas.

- **Questionários:** Conjunto de perguntas padronizadas que podem ser respondidas de forma escrita ou online.
- **Observações:** Registro sistemático de eventos ou comportamentos em um ambiente natural ou controlado.
- **Experimentos:** Realização de testes controlados para observar os efeitos de determinadas variáveis.

Depois de coletados, os dados precisam ser organizados de maneira que facilite a análise. A classificação e a tabulação são etapas importantes desse processo.

Os dados podem ser classificados em duas categorias principais:

- **Variáveis Qualitativas:** Representam características ou atributos que não podem ser medidos numericamente, como cor, gênero, tipo de produto. Exemplo: Classificar as preferências dos consumidores em "gosta", "não gosta" e "indiferente".
- **Variáveis Quantitativas:** Representam quantidades e podem ser medidas numericamente. Podem ser subdivididas em variáveis discretas (números inteiros, como contagem de pessoas) e variáveis contínuas (podem assumir qualquer valor dentro de um intervalo, como altura e peso).

1.3 População e amostra

Imagine que você está preparando uma grande panela de sopa e deseja saber se o tempero está bom. Seria impraticável provar toda a sopa, então você pega uma “colherada” para provar. Essa colherada é uma amostra da sopa inteira (a população). Se a colherada estiver bem temperada, você pode inferir que a sopa inteira também está.

Em estatística, a população refere-se ao conjunto completo de todos os elementos ou indivíduos que têm uma característica em comum e sobre os quais queremos obter informações. Por exemplo, se estamos interessados em saber a altura média dos alunos de uma escola, todos os alunos dessa escola constituem a população.

A amostra é um subconjunto da população que é selecionada para a análise. A amostra deve ser representativa da população para que as conclusões tiradas possam ser aplicadas à população inteira. Por exemplo, se escolhermos 50 alunos aleatoriamente da escola para medir suas alturas, esses 50 alunos formam a amostra.

A amostra é um meio eficiente e prático de obter informações sobre uma população maior, desde que seja representativa e bem selecionada. Um exemplo clássico de pesquisa amostral são as pesquisas eleitorais.



Imagine que você está organizando uma pesquisa para saber em quem as pessoas votarão para prefeito em uma cidade com 100.000 eleitores. Em vez de perguntar a todos os 100.000 eleitores (população), você escolhe aleatoriamente 1.000 eleitores (amostra) para responderem à pesquisa. Se a amostra for representativa, as respostas desses 1.000 eleitores podem fornecer uma boa estimativa das intenções de voto de toda a população de eleitores.

Uma pesquisa amostral, geralmente, é a escolha mais viável, podemos citar alguns motivos:

- **Viabilidade:** Coletar dados de uma amostra é geralmente mais rápido e menos custoso do que coletar dados de toda a população.
- **Precisão:** Uma amostra bem escolhida pode fornecer estimativas precisas sobre a população.
- **Análise Simples:** Trabalhar com uma amostra simplifica a análise de dados, tornando-a mais manejável.

Agora que aprendemos um pouco mais sobre a natureza e a coleta dos dados de uma pesquisa, é hora de saber organizá-los em gráficos e/ou tabelas.

2. Tabelas

Para que os dados sejam compreensíveis e úteis, é importante resumi-los e apresentá-los de forma clara. A tabulação é a organização dos dados em tabelas, que permitem uma visualização clara e ordenada das informações. As tabelas podem ser simples ou de dupla entrada, dependendo da complexidade dos dados e da análise desejada.

Uma tabela é composta por linhas e colunas. Cada linha da tabela representa uma observação ou um registro diferente. Já a coluna representa uma variável ou um atributo dos dados. As colunas possuem cabeçalhos que descrevem o tipo de informação contida.

2.1 Tabelas simples

Assim como os gráficos, as tabelas devem ter um título e uma fonte. O título deve conter informações suficientes para explicar o que está sendo apresentado. A fonte deve indicar a origem dos dados mostrados.

Uma tabela simples contém dados organizados em uma única entrada de linha e coluna. Veja o exemplo:

Principal meio de comunicação usado por estudantes de uma turma de EJA da Escola Jovem Sênior		Título
Meio de comunicação	Número de alunos	
Celular	22	
Jornal	3	
Rádio	1	
TV	8	
Total	33	

Fonte: Dados Fictícios

Fonte

Linha

Coluna

Realizando a análise da tabela anterior, podemos chegar às seguintes conclusões:

- O celular é o meio de comunicação mais utilizado entre os alunos da turma de EJA;
- Um total de 8 pessoas ainda possuem a TV como principal meio de comunicação;

2.2 Tabelas de dupla entrada

Para extrair dados da tabela anterior, tivemos que analisá-la horizontalmente, ou seja, analisar suas linhas. Entretanto, existem tabelas onde analisamos simultaneamente linhas e colunas. Elas são chamadas de tabelas de dupla entrada.

Veja:

Distribuição de alunos da EJA por faixa etária e sexo da Escola Jovem Sênior			
Faixa etária	Masculino	Feminino	Total
18 a 25 anos	15	20	35
26 a 35 anos	10	15	25
36 a 45 anos	5	8	13
Acima de 45 anos	3	4	7
Total	33	47	80

Fonte: Secretaria de Educação do estado da Longevidade (Dados Fictícios).

Para identificar, por exemplo, a quantidade de alunas na faixa etária de 36 a 45 anos, precisamos observar o valor correspondente à coluna "Feminino" e à linha "36 a 45 anos". Nesse caso, são 8 alunas.

3. Gráficos

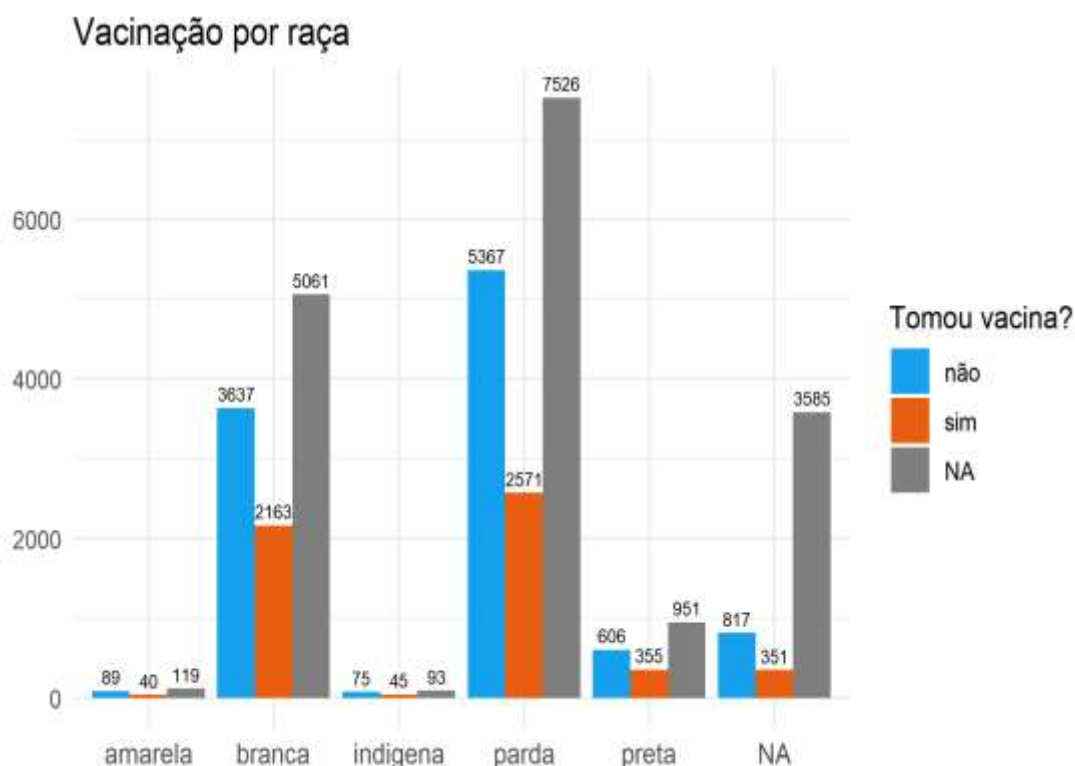
Gráficos são representações visuais de dados que facilitam a compreensão e a análise das informações. Eles transformam números e textos em imagens, tornando mais fácil identificar padrões, tendências e relações entre os dados.

Existem diversos tipos de gráficos porque diferentes conjuntos de informações precisam ser representados visualmente. Alguns dados podem ser apresentados em mais de um tipo de gráfico, então é importante analisar as opções disponíveis e decidir qual é o mais adequado para o contexto. A seguir, iremos estudar os principais tipos de gráficos.

3.1 Gráfico de barras

Os gráficos de barras podem ser horizontais ou verticais. Nesses gráficos, os dados são representados por meio de retângulos, que podem estar dispostos verticalmente (colunas) ou horizontalmente (barras). Esses gráficos são usados para comparar diferentes variáveis ou diferentes valores de uma mesma variável.

Gráfico de colunas (barras verticais):



Fonte: <https://observatorioobstetricobr.org/livro-e-tutoriais/tipos-de-graficos-e-quando-usa-los/>

Gráfico de barras (horizontais):

O peso dos tributos

Cinco deles concentram 71% da arrecadação no Brasil



Fonte: Receita Federal, "Carga Tributária no Brasil 2018".

Insper

Existem também os gráficos de barras múltiplas, onde há a possibilidade de representar mais de uma variável no mesmo gráfico, seja ele de barras horizontais ou verticais, o que facilita a comparação e a verificação dos dados e a relação entre eles.

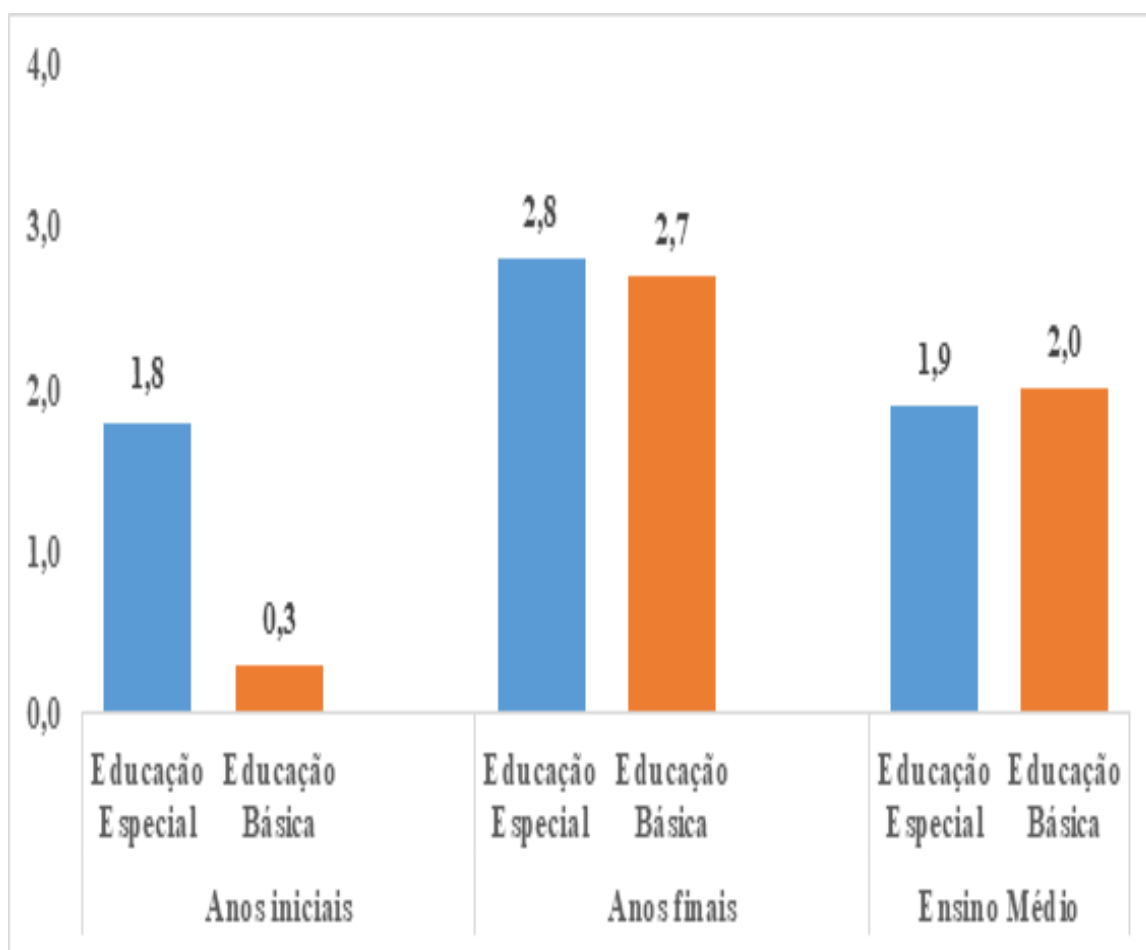
Observe alguns exemplos:

Vendas de produtos artesanais de dois vendedores em três meses:



Fonte: <https://www.todamateria.com.br>

Taxa de Migração para EJA de estudantes da Educação Especial em classes comuns e da Educação Básica, por etapas de ensino, no período 2014/2015:



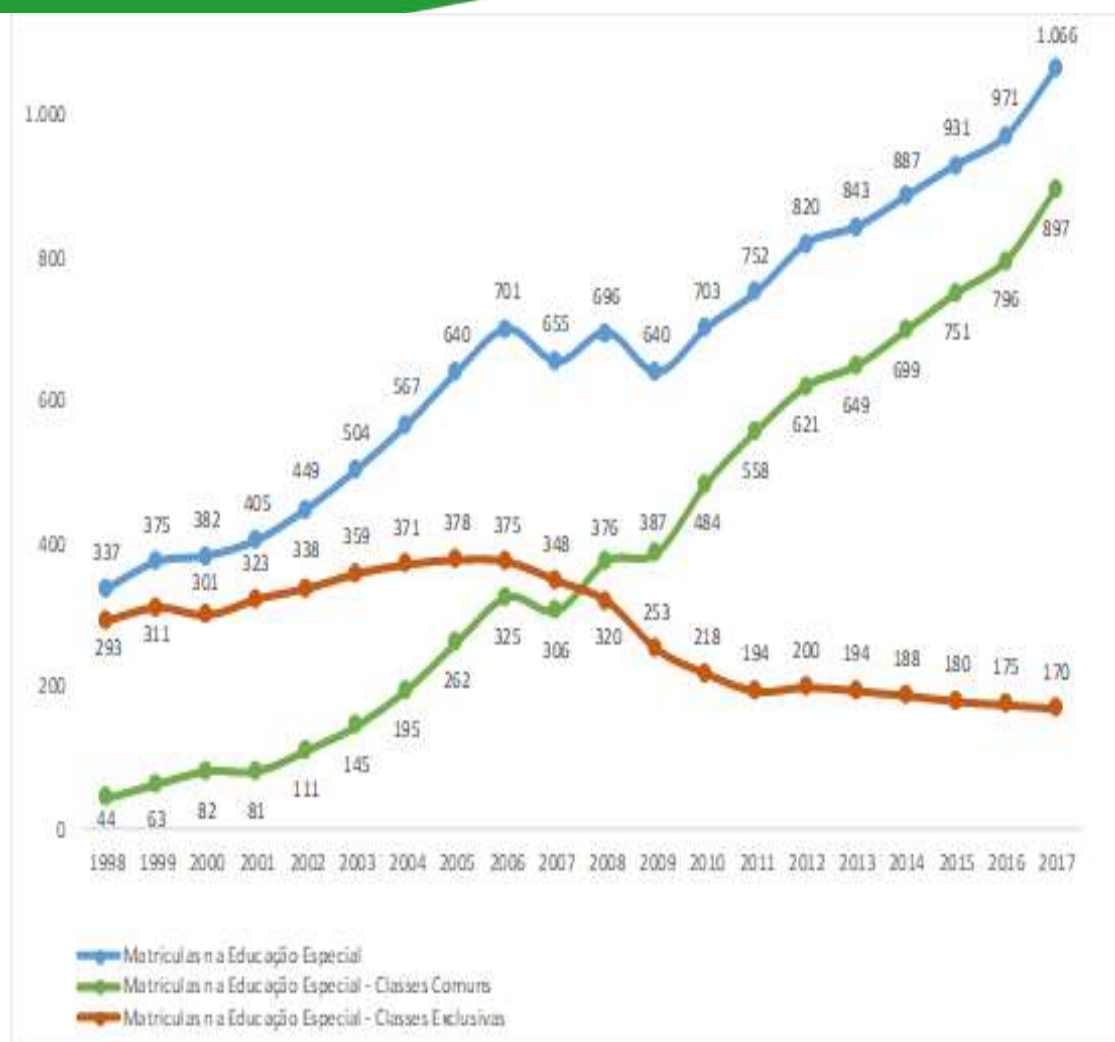
Fonte: Censo da Educação Básica 2014/2015.

3.2 Gráfico de linhas

Um gráfico de linhas é uma representação visual que usa pontos conectados por linhas para mostrar como os valores de uma variável mudam ao longo do tempo ou em relação a outra variável contínua.

Ele é composto por dois eixos - um vertical e outro horizontal (Plano Cartesiano – primeiro quadrante) - e por uma ou mais linhas que mostram a variação dos dados (medidas ou quantidades numéricas) na pesquisa realizada, indicando a movimentação dos dados ao longo do tempo.

Este tipo de gráfico é ideal quando uma das variáveis representa o tempo, pois revela claramente o movimento dos dados ao longo desse período. Observe o exemplo: Total de matrículas da Educação Especial, nas Escolas Regulares/Classes Comuns e Escolas Especiais e Classes Especiais – Brasil - 1998 a 2017

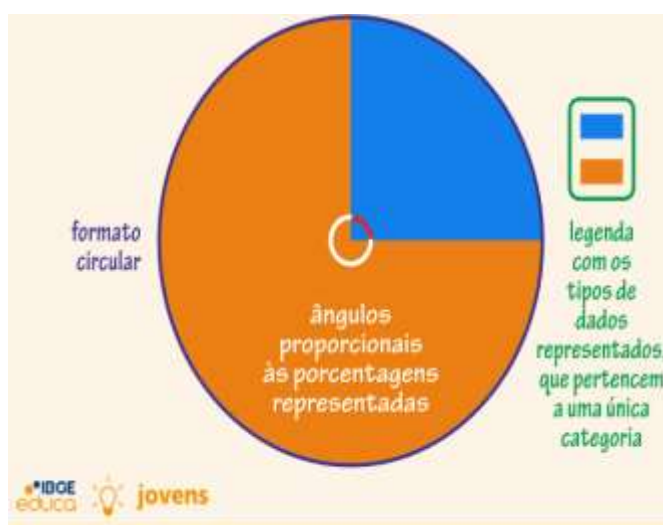


Fonte: Microdados do Censo Escolar INEP/MEC, 1998 a 2017.

Nota: Números expressos em mil.

3.3 Gráfico de setores

O gráfico de setores, também conhecido como gráfico de pizza, é uma representação visual que divide um círculo em setores (ou fatias) para mostrar a proporção de cada parte em relação ao todo. Cada setor representa uma categoria e seu tamanho é proporcional à quantidade ou porcentagem dessa categoria em relação ao total.



Os gráficos de setores são ideais para visualizar como diferentes partes contribuem para o total, comparar a parte de cada categoria em relação ao todo e representar dados categóricos em que a soma das partes é igual ao total (100%). Veja no exemplo abaixo:



Fonte do gráfico: IBGE, Produção da Pecuária Municipal 2017, pág. 7.

4. Tabela ⇌ Gráfico

Por fim, vamos explorar como converter dados apresentados em gráficos para tabelas e vice-versa. Compreender essa habilidade é essencial para analisar e comunicar informações de maneira eficiente. Gráficos oferecem uma visualização rápida e intuitiva dos dados, enquanto tabelas fornecem uma estrutura detalhada e precisa. Aprender a fazer essa conversão permitirá que você aproveite as vantagens de ambos os formatos, tornando a interpretação e a apresentação de dados mais versátil e eficaz.

4.1 Tabela→Gráfico

Criar um gráfico a partir de uma tabela é um processo que envolve a transformação dos dados organizados em linhas e colunas em uma representação visual clara e fácil de entender. Vamos usar uma tabela, que já foi apresentada:

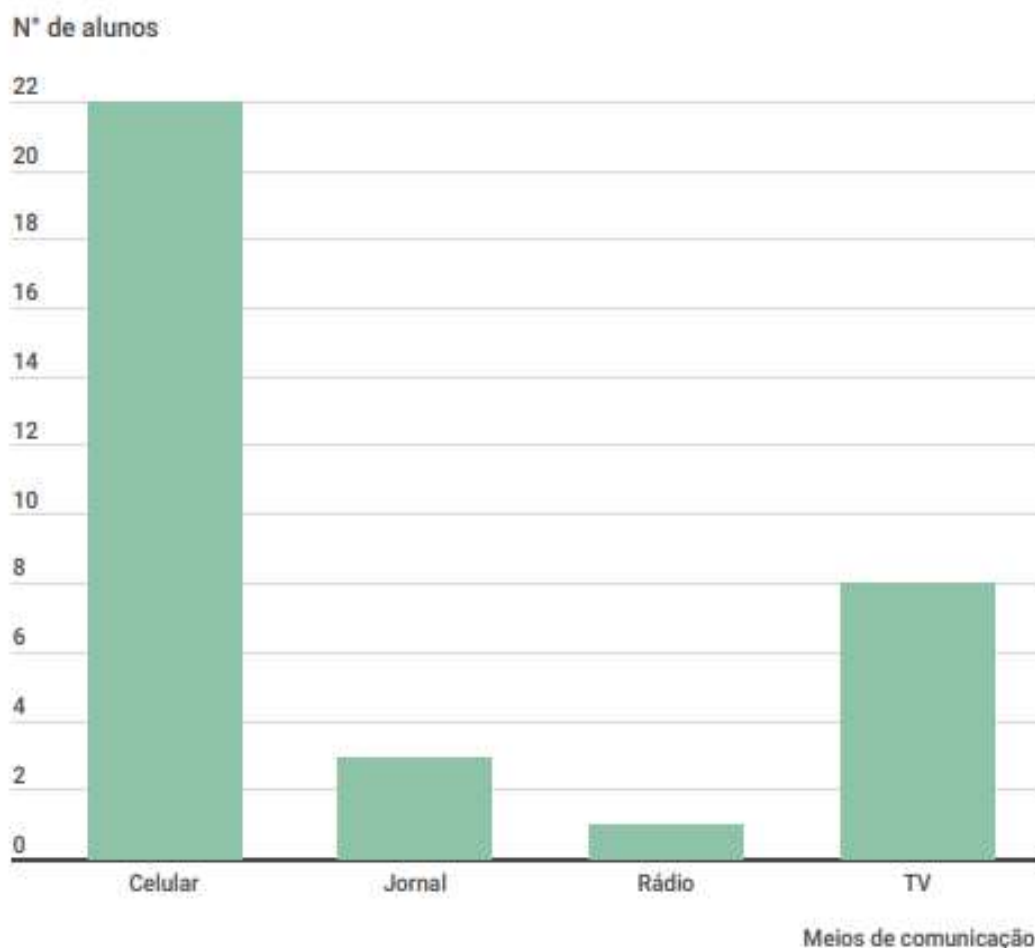
Principal meio de comunicação usado por estudantes de uma turma de EJA da Escola Jovem Sênior	
Meio de comunicação	Número de alunos
Celular	22
Jornal	3
Rádio	1
TV	8
Total	33

Fonte: Dados Fictícios

Primeiramente, temos que decidir qual gráfico é o mais adequado para esses dados. Neste caso, usaremos um **gráfico de barras** para comparar o número de alunos com o meio de comunicação mais utilizado.

Os meios de comunicação serão colocados no eixo X (horizontal) e o número de alunos no eixo Y (vertical). Observe:

Principal meio de comunicação usado por estudantes de uma turma de EJA da Escola Jovem Sênior



Perceba que cada linha da tabela se transformou em uma coluna do gráfico. Algumas informações ficam ainda mais evidentes, como o fato de o celular ser o meio de comunicação mais utilizado.

É importante notar que com as variáveis apresentadas não seria interessante produzir um gráfico de linhas, pois, como já foi dito, esse gráfico é mais adequado quando queremos mostrar o comportamento da variável ao longo do tempo.

No caso do **gráfico de setores**, ele sim se adequa a essa situação, pois o “todo” representa o total de alunos e cada meio de comunicação são as partes.

Para construir o gráfico de setores, primeiramente temos que calcular a porcentagem de cada categoria em relação ao total para criar um gráfico com precisão. Depois, calcula-se a medida do ângulo central correspondente a cada setor.

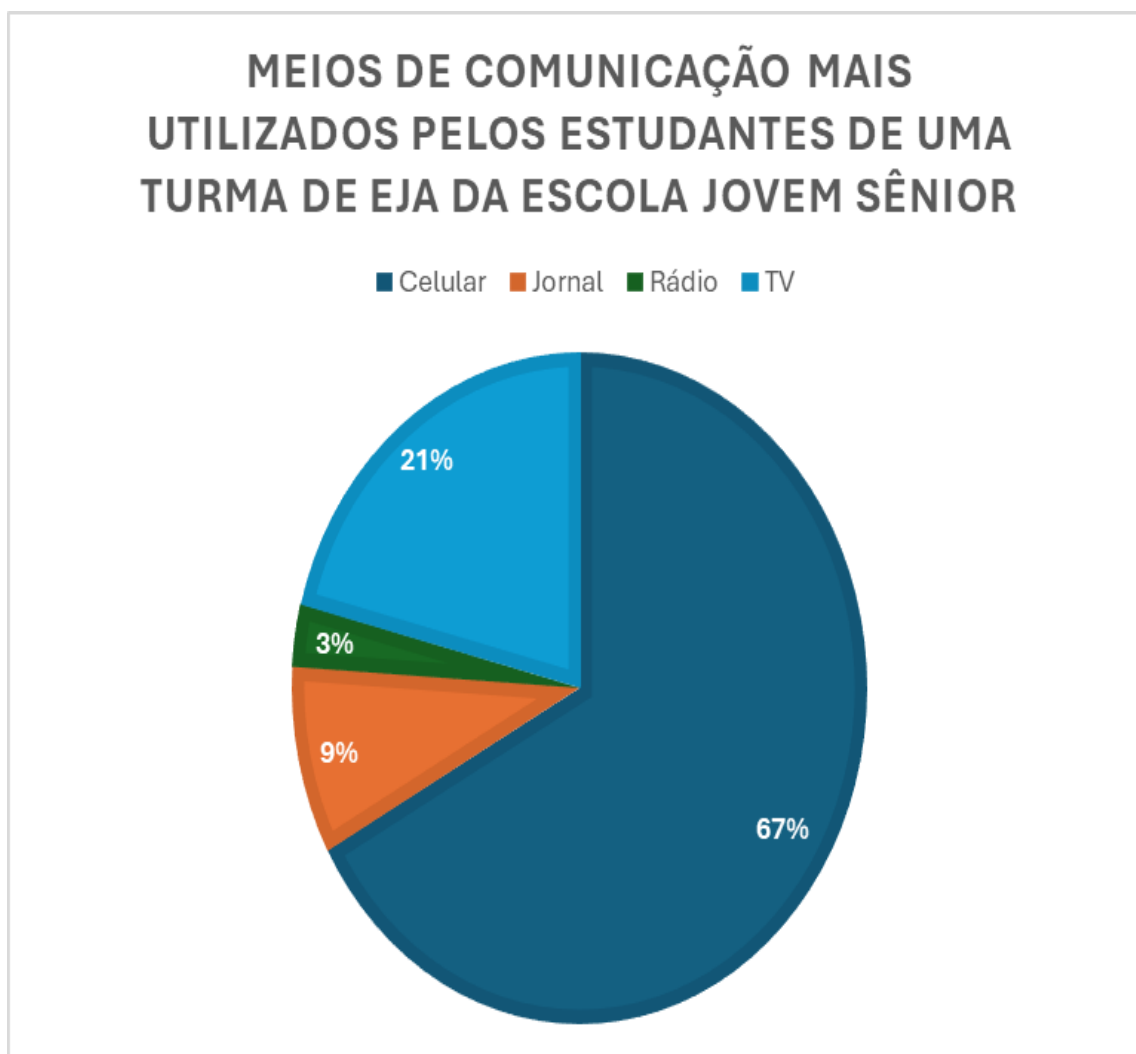
Sabemos que 22 alunos usam mais o celular como meio de comunicação e que a turma possui um total de 33 alunos, então:

$$\frac{22}{33} = 0,666... \approx 67\%$$

Como o círculo completo corresponde a 360° , temos que:

$$66,6\% \text{ de } 360^\circ \Rightarrow \frac{66,6}{100} \text{ de } 360^\circ \approx 240^\circ$$

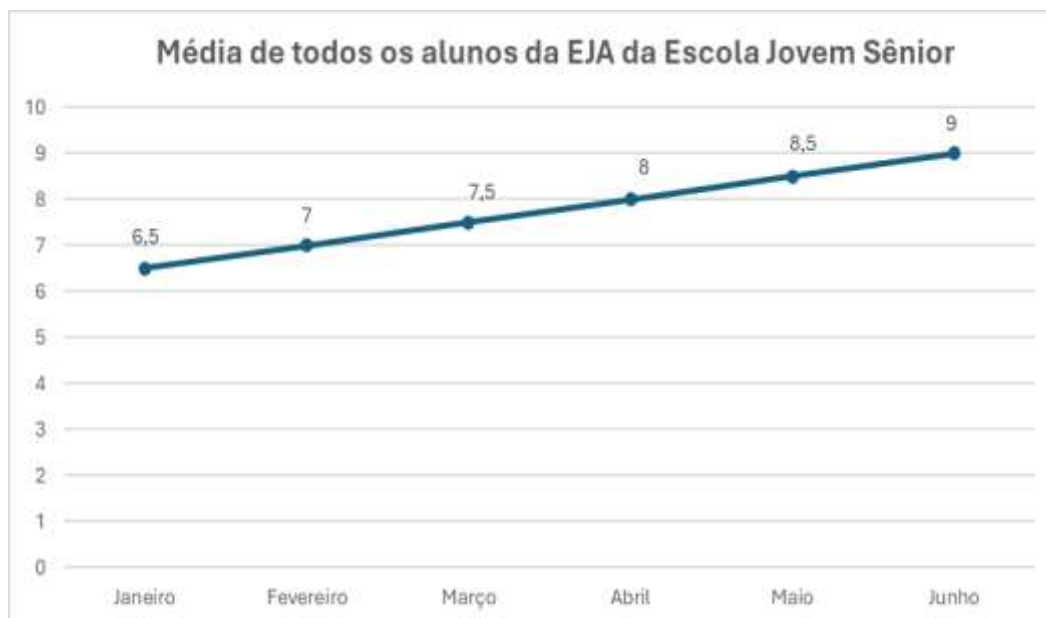
Portanto, aproximadamente 66,6% dos alunos usam mais o celular, a fatia do gráfico correspondente a esse dado terá um ângulo central de 240° . As outras linhas da tabela se transformam nos demais setores do gráfico, através do mesmo processo. Veja como fica:



Saber como construir um gráfico é importante para se apropriar ainda mais do conteúdo. Porém, já não é mais uma habilidade tão exigida do aluno, pois existem uma infinidade de aplicativos e softwares que fazem isso muito bem. São programas bem acessíveis e fáceis de manipular, pois são bem intuitivos.

4.2 Gráfico→Tabela

Apesar de ser o processo inverso ao apresentado anteriormente, transformar gráfico em uma tabela é um processo bem parecido com o de uma tabela para um gráfico. Vamos começar com um **gráfico de linhas**:



Veja que temos uma variável que envolve o tempo (meses). Neste caso, utilizar o gráfico de linhas é bem mais adequado.

Veja que cada marcador do gráfico se transforma em uma linha da tabela. O marcador funciona como um par ordenado no plano cartesiano, mas nesse caso seu x é o mês e seu y é a média geral do mês correspondente.

Por exemplo, observando o gráfico é possível saber que a média geral dos alunos do EJA da “Escola Jovem Sênior” foi 6,5, o que configura a primeira linha da tabela. E assim são construídas as demais linhas. Veja:

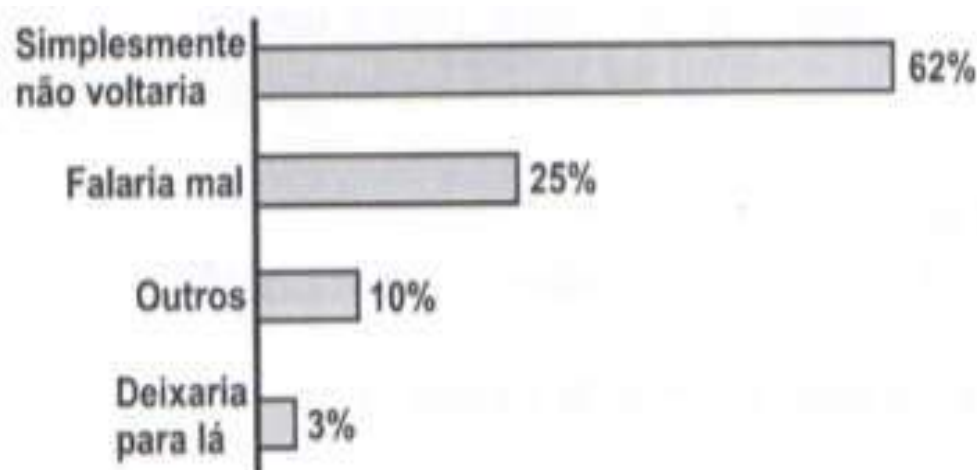
Média de todos os alunos da EJA da Escola Jovem Sênior	
Mês	Média Geral
Janeiro	6,5
Fevereiro	7,0
Março	7,5
Abril	8,0
Maio	8,5
Junho	9,0

Fonte: Dados fictícios.

No caso de um gráfico de barras, cada barra se transforma em uma linha da tabela. Assim como no gráfico de setores, cada fatia do círculo corresponde a uma linha da tabela a ser gerada.

Agora vamos exercitar!

Em uma pesquisa sobre atendimentos médicos, foi perguntado a um grupo de pessoas sobre o que eles fariam caso fossem mal atendidos em uma consulta médica. Os resultados estão registrados no gráfico de barras a seguir:



De acordo com os dados desse gráfico, o quadro que representa essas informações é:

A)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	62%
Falaria mal	10%
Outros	25%
Deixaria para lá	3%

B)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	62%
Falaria mal	25%
Outros	3%
Deixaria para lá	10%

C)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	62%
Falaria mal	25%
Outros	10%
Deixaria para lá	3%

D)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	3%
Falaria mal	10%
Outros	25%
Deixaria para lá	62%

E)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	25%
Falaria mal	62%
Outros	10%
Deixaria para lá	3%

Solução comentada:

Veja que o item C é a única tabela que cada linha corresponde a cada barra do gráfico.

Resposta correta: item C.

A tabela abaixo representa as profundidades alcançadas na exploração de produção de petróleo, em águas profundas, no litoral do Rio de Janeiro e do Espírito Santo.

Ano	Profundidade
1977	124 m
1979	189 m
1983	293 m
1988	492 m
1992	781 m
1994	1227 m
1997	1709 m
1999	1853 m
2000	1877 m

O gráfico que melhor representa esta situação é:





Solução comentada:

Veja que a tabela apresenta o crescimento dos dados desde o ano de 1977 até o ano de 2000, então já se pode concluir que o gráfico será crescente. Já podemos descartar os itens B e C (decrescentes) assim como o item E (constante). No caso do gráfico apresentado no item D, o mesmo começa na origem (0, 0), sendo que o primeiro valor da tabela é 124 m. Portanto o gráfico do item A é o que melhor representa a tabela.

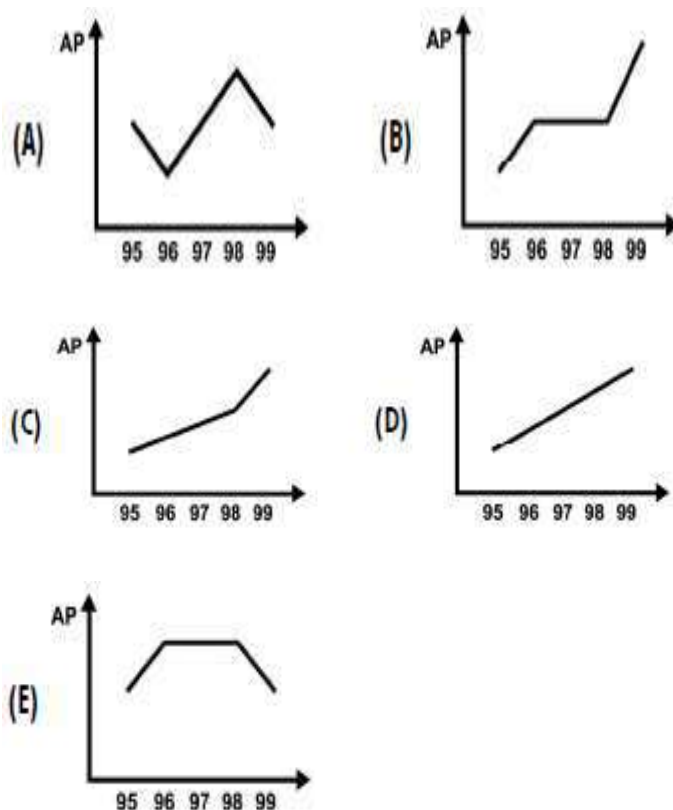
Resposta correta: item A.

I Que tal praticar?

1. (ENEM) O quadro apresenta a produção de algodão de uma cooperativa de agricultores entre 1995 e 1999.

	Safras				
	1995	1996	1997	1998	1999
Produção (em mil toneladas)	30	40	50	60	80
Produtividade (em kg/hectare)	1.500	2.500	2.500	2.500	4.000

O gráfico que melhor representa a área plantada (AP) no período considerado é:



2. O gráfico abaixo apresenta a taxa de analfabetismo brasileira de 1998 a 2003. Veja esta situação representada no gráfico ao lado em percentual.



A tabela que deu origem ao gráfico é:

(A)

Ano	Taxa (%)
1998	11,6
1999	11,8
2000	12,4
2001	12,9
2002	13,3
2003	13,8

(B)

Ano	Taxa (%)
1998	12,4
1999	11,8
2000	11,6
2001	12,9
2002	12,9
2003	13,8

(C)

Ano	Taxa (%)
1998	13,8
1999	13,3
2000	12,9
2001	12,4
2002	11,8
2003	11,6

(D)

Ano	Taxa (%)
1998	13,8
1999	13,3
2000	12,9
2001	11,6
2002	12,9
2003	11,6

(E)

Ano	Taxa (%)
1998	14,8
1999	14,3
2000	12,9
2001	12,8
2002	11,6
2003	11,1

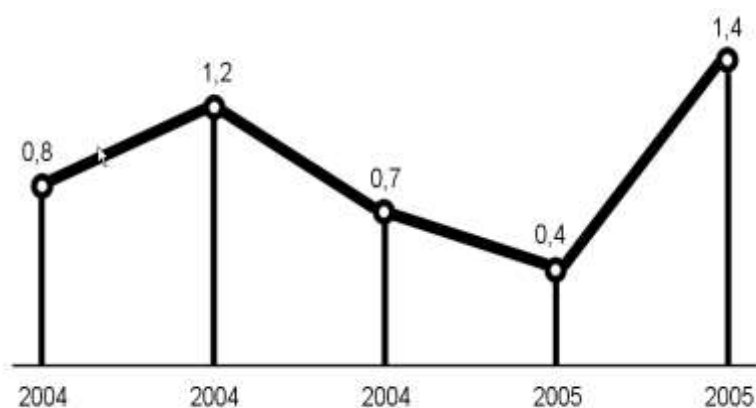
3. (ENCCEJA) Um par de tênis na loja “Pés de ouro” custava no início do mês R\$ 85,00. A este preço a loja vendeu cerca de 70 pares em uma semana. Nas quatro semanas subsequentes, a procura por esse tipo de tênis variou com o preço de venda de acordo com os valores da tabela seguinte.

Preço de venda (R\$)	85	90	95	80	75
N.º de pares vendidos	70	65	60	75	80

Segundo as informações dessa tabela, é possível observar que, nesse período, toda vez que

- a) o preço aumenta R\$ 5,00, a procura pelo tênis aumenta em 5 pares.
- b) o preço aumenta R\$ 5,00, a procura pelo tênis diminui 5 pares.
- c) o preço diminui R\$ 5,00, a procura pelo tênis diminui 5 pares.
- d) o preço diminui R\$ 5,00, a procura pelo tênis não aumenta nem diminui.

4. (ENCCEJA) O gráfico abaixo mostra, em porcentagem, a taxa de crescimento do produto interno bruto (PIB) brasileiro do 2º trimestre de 2004 ao 2º trimestre de 2005.

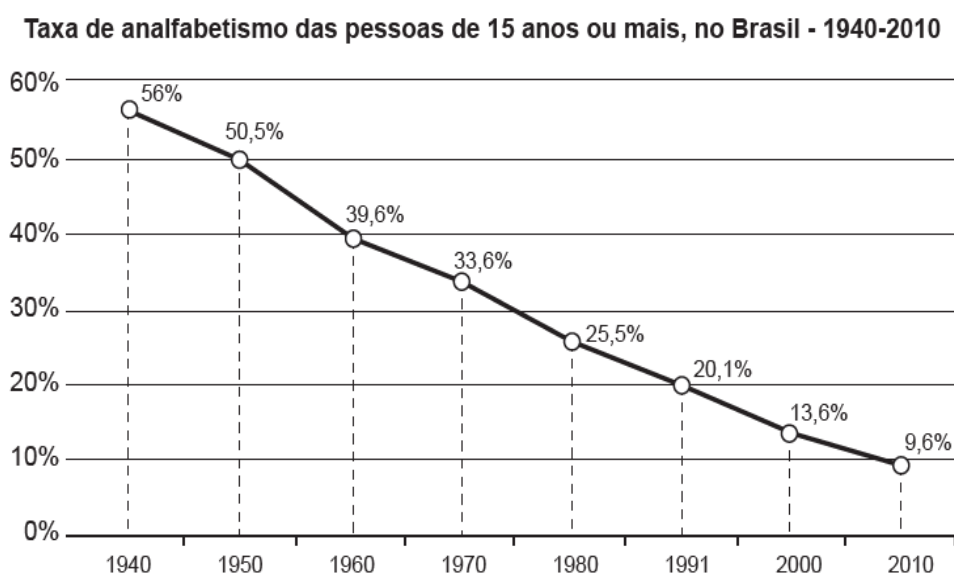


Correio Braziliense, 6/3/2005, p.16 (com adaptações).

De acordo com o gráfico, observa-se que

- a taxa de crescimento do PIB no primeiro trimestre de 2005 foi o dobro da taxa no segundo trimestre de 2004.
- a taxa de crescimento do PIB decresceu em dois trimestres consecutivos no período considerado.
- a taxa de crescimento do PIB atingiu seu maior valor no terceiro trimestre de 2004.
- a taxa de crescimento do PIB no terceiro trimestre de 2005 será, provavelmente, inferior a 1,4% se for mantida a tendência do terceiro trimestre de 2004.

5. (ENCCEJA) Uma pessoa que nasceu em 1970, curiosa sobre a taxa de analfabetismo daquele ano, observou o gráfico que informa o percentual das pessoas analfabetas com 15 anos ou mais.



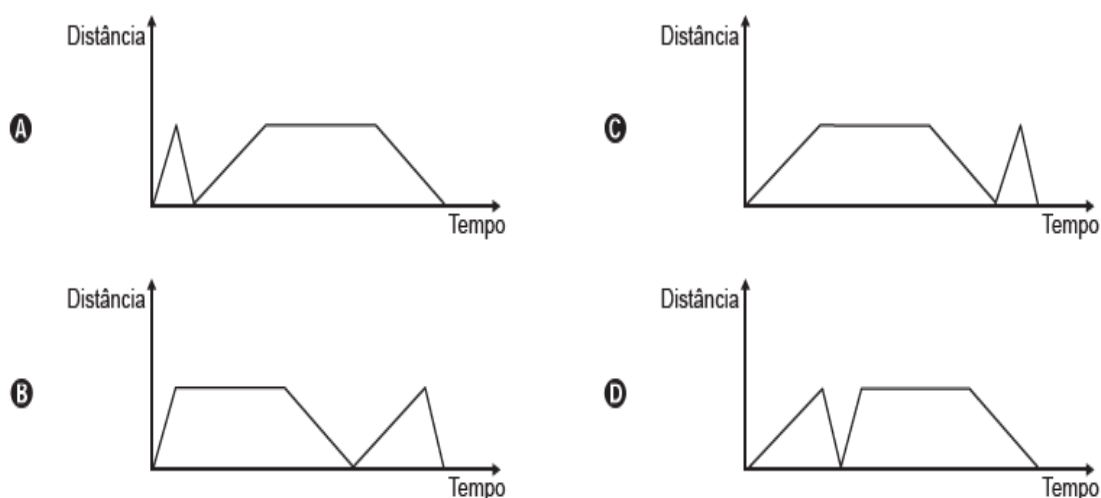
FONTE: IBGE. Censo Demográfico 1940-2010

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 16 out. 2013.

Qual a taxa de analfabetismo das pessoas com 15 anos ou mais em 1970?

- a) 13,6%
- b) 20,1%
- c) 33,6%
- d) 35,0%

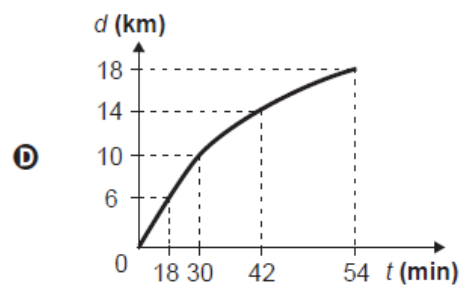
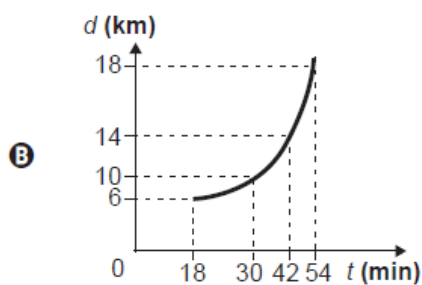
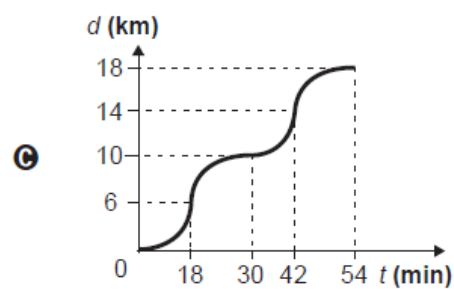
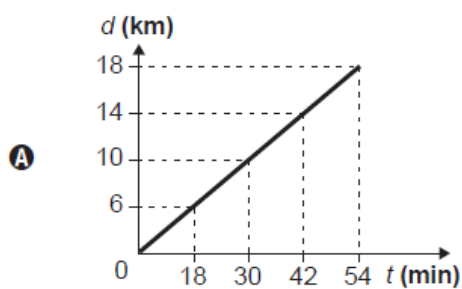
6. (ENCCEJA) Marcos caminha com seus amigos rumo ao cinema. Ao chegar ao quichê para a compra da entrada, verifica que não trouxe a carteirinha de estudante. Retorna correndo à sua casa para pegá-la e, em seguida, corre de volta ao cinema, chegando a tempo de assistir à sessão. Na saída, Marcos e seus amigos aproveitam a brisa da noite e caminham lentamente para casa. O gráfico que representa a distância de Marcos em relação à sua casa é:



7. (ENCCEJA) O técnico de um maratonista está monitorando os tempos obtidos pelo atleta em seu treinamento. Ele registrou o tempo gasto e a distância percorrida durante uma sessão de treinos, conforme indicado. Em seguida, observou que o tempo gasto era diretamente proporcional à distância percorrida.

Distância percorrida d (km)	Tempo gasto t (min)
6	18
10	30
14	42
18	54

Para divulgação impressa desses resultados, optaram pela apresentação dos dados observados em um gráfico cartesiano, mostrando a distância percorrida d e o tempo gasto t . Qual gráfico representa a relação entre a distância percorrida d e o tempo gasto t ?



Ampliando o saber

Você sabe como são feitas as pesquisas eleitorais?

[Como funciona uma pesquisa eleitoral](#)

Confira os mais diversos tipos de gráficos:

<https://piktochart.com/pt-br/blog/tipos-de-graficos/>

GABARITO

AULAS	QUESTÕES	GABARITO
01	1	$7/100 = 0,07$ $9/20 = 0,45$ $3/8 = 0,375$ $13/1000 = 0,013$ $1/3 = 0,333...$ $61/445 = 0,1232323...$
	2	B
	3	D
	4	C
	5	C
	6	D
	7	C
	8	C
02	1	80% de 2023 = 1762 pessoas (aproximadamente)
	2	37% de 2023 = 815 pessoas (aproximadamente)
	3	B
	4	E
	5	C
	6	A
	7	D
	8	C
03	1	a) (-3, 2) b) (4, 3) c) (-4, -3) d) (4, -4)
	2	C
	3	B3, B5, C2, C6, E2, E6, F3 e F5.
	4	D
	5	C
	6	D
	7	D
04	1	A
	2	E

	3	A
	4	C
	5	B
	6	B
	7	D
05	1	B
	2	C
	3	D
	4	B
	5	C
	6	B
	7	C
06	1	$\text{sen}\alpha = 5/13$ $\text{cos}\alpha = 12/13$ $\text{tg}\alpha = 5/12$
	2	A
	3	E
	4	A
	5	E
	6	D
	7	A
07	1	a) 12 m = 0,012 km b) 9,7 cm = 97 mm c) 85 m ³ = 85 000 000 cm ³ d) 32,75 cm ³ = 32,75 mL e) 6,74 m ³ = 6740 L f) 0,855 L = 855 mL
	2	B
	3	A
	4	C
	5	A
	6	C
	7	A
08	1	A
	2	B
	3	E
	4	B
	5	B
	6	C
	7	D

09	1	A
	2	C
	3	B
	4	B
	5	C
	6	D
	7	A